

UE9 – Mathématiques - Biostatistiques

Annales classées corrigées

Principe des tests statistiques

SUJET

2022

Question n°15 La taille de la rougeur locale X en millimètre suit une loi uniforme entre 5 et 15 mm pour le vaccin sans ARN messenger alors qu'elle suit une loi uniforme entre 10 et 20 mm pour le vaccin avec ARN messenger.

On mesure la rougeur locale d'un patient et on teste l'hypothèse nulle H_0 selon laquelle ce patient a reçu le vaccin sans ARN messenger contre l'hypothèse alternative H_1 selon laquelle il a reçu le vaccin avec ARN messenger. On définit la région de rejet de H_0 par $\{X \geq 12 \text{ mm}\}$. Parmi les propositions suivantes, laquelle est (ou lesquelles sont) exacte(s)?

- A. Le risque de première espèce est la probabilité de ne pas rejeter H_0 alors qu'elle est fausse
- B. Le risque de première espèce de ce test est égal à 30%
- C. Le risque de deuxième espèce est la probabilité de ne pas rejeter H_0 à tort
- D. Le risque de deuxième espèce de ce test est égal à 80%
- E. La puissance de ce test est égale à 80%

2021

Exercice 3

M. Gérard est propriétaire d'un réseau d'EHPAD. Un virus émergent est responsable d'une épidémie au niveau national depuis le début de l'année 2021. La probabilité de contamination d'un résident donné par ce virus est de 10% par mois pour l'ensemble des EHPAD. Un nouveau traitement antiviral qui prévient la transmission interhumaine vient d'être autorisée par les autorités sanitaires. M. Gérard veut tester l'efficacité de ce traitement dans un des EHPAD de son réseau. Pour l'ensemble de cet exercice, on supposera, au sein de ce réseau d'EHPAD, l'indépendance des contaminations d'un individu à l'autre ainsi que l'indépendance des mesures biologiques d'un individu à l'autre.

Question n°11 Mr. Gérard choisit l'EHPAD des marguerites de 400 résidents où il veut tester si la probabilité de contamination est différente avec cet antiviral. Le traitement est considéré comme efficace si la probabilité de contamination sous cet antiviral est plus faible que celle sans traitement. Tous les résidents reçoivent le nouvel antiviral début février. Après discussion avec un collègue, il décide de dire que le traitement est efficace s'il observe moins de 40 résidents contaminés à la fin du mois de février. Parmi les propositions suivantes, laquelle est (ou lesquelles sont) exacte(s) ?

- A. Le risque de première espèce de ce test est de 5%
- B. Sous l'hypothèse nulle, la probabilité qu'il trouve que le traitement est efficace est de 70%
- C. Si le traitement par le nouvel antiviral divise par deux la probabilité de contamination, la probabilité d'avoir plus de 40 résidents contaminés est inférieur à 1%
- D. Si le traitement par le nouvel antiviral divise par deux la probabilité de contamination, la probabilité d'avoir moins de 40 résidents contaminés est inférieur à 90%
- E. La puissance du test est la probabilité de rejeter H_0 à tort

Question n°12 Un statisticien lui dit que sa règle de décision n'est pas bonne et qu'il doit utiliser l'intervalle de pari à 95% de la proportion observée de contamination sans lui donner plus de détails. Au final, il observe 30 résidents contaminés à la fin du mois de février. M. Gérard souhaite, comme dans la question précédente, tester l'efficacité de ce traitement antiviral. Parmi les propositions suivantes, laquelle est (ou lesquelles sont) exacte(s) ?

- A. M. Gérard doit calculer cet intervalle de pari à 95% autour de 10%
- B. Les conditions de validité ne sont pas vérifiées pour faire ce calcul
- C. En utilisant cet intervalle de pari à 95%, si le nombre de résidents contaminés est inférieur à 28, il pourra conclure que le traitement est efficace.
- D. Il rejette l'hypothèse nulle au risque 5%
- E. Il peut conclure que le traitement n'est pas efficace

2019

Question n°8 Un de ses collègues, qui n'avait pas suivi les cours de Biostatistiques, souhaite effectuer une étude similaire dans son hôpital. L'hypothèse nulle est que RIBA + FAVI n'est pas plus efficace que RIBA seule, et donc que la mortalité est de 20%. Son hypothèse alternative est que la mortalité avec RIBA + FAVI est de 10%. Il veut faire une étude chez 100 patients à qui il donne RIBA + FAVI. Il décide que la zone de rejet du test est un nombre de décès ≤ 10 . Cochez LA réponse exacte.

- A. L'erreur de type I de ce test est de 5% (à 1% près)
- B. L'erreur de type I de ce test est de 50% (à 1% près)
- C. La puissance de ce test est de 80% (à 1% près)
- D. La puissance de ce test est de 50% (à 1% près)
- E. On ne peut pas effectuer les calculs d'erreur de type I et de puissance

2018

Question n°13

Malheureusement, les carnets de santé ne sont pas toujours fiables pour juger de la pertinence des vaccinations. Un des médecins propose un test basé sur un taux d'anticorps permettant de distinguer l'hypothèse nulle « *l'enfant n'est pas vacciné* » de l'hypothèse alternative « *l'enfant est vacciné* ». Si l'enfant n'est pas vacciné le taux d'anticorps suit une loi de Poisson de paramètre 2. Si l'enfant est vacciné le taux d'anticorps suit une loi de Poisson de paramètre 10. La zone de rejet est définie par un taux d'anticorps strictement supérieur à 5. Que peut-on dire ?

Cochez la ou les bonnes réponses.

- A. L'erreur de type I vaut 5% à 0,5% près.
- B. La puissance vaut 97% à 0,5% près.
- C. L'erreur de type II vaut 7% à 0,5% près.
- D. Le test peut être réalisé même si le théorème limite centrale ne peut pas s'appliquer.
- E. L'erreur de type I dépend de la prévalence d'enfants vaccinés.

2017

Question n°3 Vous souhaitez montrer que la probabilité de toxicité à la dose retenue dans cette expérience (d_3) n'est pas de 0,30. Soit π cette probabilité. Vous décidez de la procédure de test suivante. Vous administrez à 15 nouveaux malades cette dose d_3 et si le nombre observé de toxicités est strictement inférieur à 4, vous rejetez l'hypothèse nulle. Cochez la(les) proposition(s) exacte(s).

- A. L'hypothèse nulle est $\pi = 0,30$.
- B. L'hypothèse nulle est $\pi \neq 0,30$.
- C. Le risque d'erreur de type I est de 0,30 (à 0,01 près).
- D. Le risque d'erreur de type II ne peut être calculé car l'hypothèse alternative ne comprend pas qu'une seule valeur.
- E. Le risque d'erreur de type II ne peut être calculé car le théorème limite central ne s'applique pas.

2016

Un médecin diagnostique un cas d'infection à méningocoques chez un enfant présentant de la fièvre, le traite par antibiotique et l'hospitalise. Sous un traitement adapté, on sait que dans ces conditions le délai de disparition de la fièvre suit une loi exponentielle d'espérance 24h.

Question n°4 Les méningocoques sont parfois résistants à l'antibiothérapie standard. Les données précédentes concernaient les malades sans résistance. Chez les patients infectés par des méningocoques résistants, la fièvre ne disparaît jamais sous antibiothérapie standard. Pour faire le diagnostic de résistance, on considère qu'une fièvre de plus de 24h signe une résistance. Cochez la (ou les) réponse(s) exacte(s).

- A. La probabilité que la fièvre dure plus de 24h si les méningocoques sont résistants vaut 100% (à 1% près).
- B. La probabilité que la fièvre dure plus de 24h si les méningocoques ne sont pas résistants vaut 63% (à 1% près).
- C. La probabilité que les méningocoques soient résistants si la fièvre persiste plus de 24h dépend de la prévalence de la résistance.
- D. La probabilité que les méningocoques ne soient pas résistants si la fièvre ne persiste pas plus de 24h vaut 100% (à 1% près) dans cette population.
- E. La puissance du test diagnostique proposé est de 80% (à 1% près).

2015

QCM 7 – Il décide de choisir 10 communes wallones, et rejeter l'hypothèse que la moitié manque de médecins si moins de $s = 4$ communes parmi elles manquent de médecins. Cochez la (ou les) réponse(s) exacte(s).

- A - Le risque de première espèce de son test est 0,20 (à 0,03 près)
- B - Le risque de première espèce de son test est 0,40 (à 0,03 près)
- C - S'il refait l'expérience sur 100 communes avec $s = 40$, le risque de première espèce du test devient 0,30 (à 0,03 près)
- D - S'il refait l'expérience sur 100 communes avec $s = 40$, le risque de première espèce du test devient 0,025 (à 0,003 près)
- E - On ne peut faire ces calculs car le théorème de la limite centrale ne s'applique pas

2014

La maladie de Gaucher est une maladie génétique rare qui se détecte par le déficit dans le sang d'une enzyme appelée CIT. Ainsi, les valeurs usuelles de CIT chez les sujets sains sont supérieures à 100 UI, alors que chez les patients atteints de la maladie de Gaucher, elles sont inférieures à 10 UI.

QCM 1 Le dosage de cette enzyme est très coûteux. Un chercheur propose de mesurer X , le résultat du dosage de CIT sur 100 prélèvements sanguins mélangés. L'hypothèse nulle est qu'il n'y a aucun malade dans ces prélèvements. Il décide de rejeter l'hypothèse nulle si la valeur observée de X est inférieure à 105 UI. Sous l'hypothèse nulle, X suit une loi uniforme sur $[100 ; 600]$. Sous l'hypothèse alternative d'au moins un malade dans les prélèvements, X suit une loi uniforme sur $[10 ; 110]$. Cochez LA proposition exacte.

- A - Le risque de première espèce de ce test vaut 5%
- B - Le risque de première espèce de ce test vaut 95%
- C - La puissance se calcule comme un moins le risque de première espèce
- D - La puissance de ce test vaut 5%
- E - La puissance de ce test vaut 95%

2012

Un médecin étudie l'apparition de bactéries résistantes après administration d'antibiotiques.

QCM 11- On lui dit qu'il est mieux de compter le nombre de bactéries résistantes chez chaque patient. Il décide de faire le test suivant pour savoir si un patient ayant reçu du Novant a reçu ou pas en plus de l'Antires. L'hypothèse nulle est qu'il ne reçoit pas d'Antires et le nombre de bactéries résistantes suit une loi normale de moyenne 100 millions et d'écart type 10 millions. Si le patient reçoit de l'Antires, la distribution est alors une loi normale de moyenne 1 million et d'écart type 0,1 million. Il décide de faire le test suivant : si le patient a moins de 1 million de bactéries il rejette l'hypothèse nulle. Cochez LA proposition exacte.

- A. Le risque de première espèce de ce test vaut 5%
- B. Le risque de deuxième espèce de ce test vaut 5%
- C. Le risque de première espèce de ce test vaut 50%
- D. Le risque de deuxième espèce de ce test vaut 50%
- E. On ne peut pas calculer la puissance de ce test

2011

Un médecin étudie des traitements pour la fibrose pulmonaire, une maladie rare des poumons qui en absence de traitement se traduit par une diminution au fil du temps de la capacité pulmonaire.

QCM 8 Il souhaite étudier chez 100 patients un traitement nouveau par ocréotide et mesure chez ces patients le changement de capacité pulmonaire après un an de traitement. Il souhaite montrer qu'avec ce traitement le changement moyen de capacité pulmonaire est supérieur à 0 UI (unité internationale). L'hypothèse nulle est que la moyenne du changement de capacité pulmonaire est de 0 UI, l'hypothèse alternative est que la moyenne est de + 2 UI. Le médecin décide de rejeter l'hypothèse nulle si la moyenne observée sur l'échantillon de 100 patients est supérieure à 3 UI. On suppose que la variance du changement de capacité vaut 25 UI². Parmi les réponses suivantes, dire **LA** proposition vraie.

- a - Le risque de première espèce de ce test vaut 5%
- b - Le risque de première espèce de ce test vaut 10⁻⁶
- c - La puissance de ce test vaut 2,5% (à 0,5% près)
- d - Le risque de deuxième espèce de ce test vaut 2,5% (à 0,5% près)
- e - La puissance de ce test vaut 95% (à 0,5% près)

2009

Pour évaluer la résistance d'un parasite à un nouveau traitement, on calcule le ratio entre la croissance parasitaire en présence, et en absence de traitement. Ce ratio est un nombre réel variant entre 0 (traitement totalement efficace) et 1 (aucune action du médicament, c'est à dire résistance du parasite). On souhaite tester la résistance du parasite à partir de la valeur observée x pour ce ratio. L'hypothèse nulle est l'absence de résistance ; sous cette hypothèse, le ratio suit une loi Uniforme entre 0 et 0,5. Sous l'hypothèse alternative de résistance au traitement, le ratio suit une loi Uniforme entre 0,4 et 0,9.

QCM 10 On définit la zone de rejet comme les valeurs de x supérieures à un seuil s . Parmi les propositions suivantes, dire **LA** proposition vraie.

- a - Si le seuil $s = 0,4$, le risque de première espèce est de 5%
- b - Si le seuil $s = 0,4$, la puissance est de 0%
- c - Si le seuil $s = 0,4$, la puissance est de 100%
- d - Si le seuil $s = 0,45$, le risque de première espèce est de 5%
- e - Si le seuil $s = 0,45$, la puissance est de 0%

2007

Parmi les patients ayant eu une septicémie d'évolution non mortelle, on veut comparer la durée d'hospitalisation suivant que les patients aient reçu une antibiothérapie adaptée standard, (groupe S) ou qu'ils aient reçu un nouvel antibiotique réputé plus puissant (groupe N).

QCM 13 On suppose que la durée d'hospitalisation d'un patient traité par le nouveau traitement (N) suit une loi uniforme entre 5 et 10 jours, alors que celle d'un patient traité par le traitement standard (S) suit une loi uniforme entre 5 et 15 jours. A partir de la durée d'hospitalisation d'un patient, on veut tester l'hypothèse nulle que ce patient a reçu le traitement standard contre l'hypothèse alternative qu'il a reçu le nouveau traitement. On décide que si la durée d'hospitalisation est inférieure à une valeur seuil, on rejette l'hypothèse nulle.

Parmi les questions suivantes, **laquelle est vraie?**

- a - Si on fixe la valeur seuil à 10 jours, le risque de première espèce de ce test est de 5%
- b - Si on fixe la valeur seuil à 10 jours, le risque de première espèce de ce test est de 10%
- c - Si on fixe la valeur seuil à 10 jours, le risque de deuxième espèce de ce test est de 100%
- d - Si on fixe la valeur seuil à 5,5 jours, le risque de première espèce de ce test est de 5%
- e - Si on fixe la valeur seuil à 5,5 jours, le risque de deuxième espèce de ce test est de 10%

On sait que, chez les malades atteints de grippe sévère, qui ne s'aggravent pas (neuf sur 10), la température fluctue autour de sa moyenne μ_1 dans 95% des cas entre 35,5 et 37,5 et que chez les malades aggravés, la température fluctue autour de sa moyenne $\mu_2=39$ avec un écart-type $\sigma_2=1$.

L'Oseltamivir, un antiviral efficace contre les virus de la grippe, est commercialisé sous le nom de Tamiflu. **On considère que, sous Tamiflu, la température des malades atteints de grippe sévère qui s'aggravent suit toujours une loi Normale, d'écart-type 1°C .** On voudrait tester l'hypothèse nulle H_0 que le Tamiflu ne modifie pas la température moyenne contre l'hypothèse alternative H_1 qu'elle est diminuée en moyenne de 1°C .

On constitue un échantillon de n malades grippés qui s'aggravent.

QCM 7 On fixe $n = 9$, et on réalise le test suivant : on calcule la moyenne expérimentale des températures ; si celle-ci est inférieure à 38°C , on rejette H_0 , sinon on ne rejette pas H_0 . On étudie les propriétés du test ainsi défini. Parmi les propositions suivantes, **laquelle** est vraie ?

- a - Le risque de première espèce est inférieur à 0,0005
- b - Le risque de première espèce est inférieur à 0,005
- c - Le risque de deuxième espèce est inférieur à 0,45
- d - Le risque de deuxième espèce est supérieur à 0,55
- e - On ne peut pas répondre car le nombre de patients étudiés est trop faible

QCM 8 On réalise maintenant le test défini au QCM 7 sur un échantillon de $n = 35$ patients. On compare les propriétés du test réalisé chez 35 patients à celles du test réalisé chez 9 patients. Parmi les propositions suivantes, laquelle(lesquelles) est(sont) vraie(s) ?

- a - Le risque de première espèce est inchangé
- b - Le risque de première espèce est diminué
- c - La puissance est augmentée
- d - La puissance est diminuée
- e - La puissance est inchangée

2022 Session 2

Question n°13 Parmi les propositions suivantes, laquelle est (ou lesquelles sont) exacte(s)?

- A. Le degré de signification est la probabilité que l'hypothèse nulle soit vraie
- B. Le degré de signification est la probabilité conditionnelle que l'hypothèse nulle soit vraie sachant qu'elle a été rejetée
- C. Lorsque l'on rejette l'hypothèse nulle, le degré de signification est toujours inférieur au risque β
- D. Lorsque l'on rejette l'hypothèse nulle, le degré de signification est toujours inférieur au risque α
- E. Dans le cas du test z de comparaison de deux proportions lorsque H_0 est rejetée, le degré de signification diminue lorsque $|z|$ augmente

2021 Session 2

Exercice 3

Une équipe du ministère de la Santé veut évaluer les capacités de protection d'un nouveau vaccin W contre le SARS-CoV-2 administré en une seule injection. On s'intéresse pour cela au taux d'anticorps un mois après l'injection. Dans la population des personnes vaccinées par le vaccin J déjà disponible, la moyenne de ce taux d'anticorps est de 100 unités internationales (UI).

Dans cet exercice, le taux d'anticorps désigne toujours le taux d'anticorps un mois après l'injection. Il est mesuré de manière indépendante entre les individus.

Question n°11 Une première étude va être réalisée chez 36 personnes à qui on va administrer le vaccin W. Un conseiller propose d'utiliser la règle suivante : si la moyenne observée du taux d'anticorps avec le vaccin W est strictement supérieure à 105 UI alors on décidera que W est plus efficace que J. Parmi les propositions suivantes, laquelle est (ou lesquelles sont) exacte(s) :

- A. L'erreur de type I est la probabilité de rejeter H_0 à tort
- B. La zone de rejet du test comprend l'ensemble des moyennes observées inférieures à 100 UI
- C. Si l'écart-type du taux d'anticorps avec le vaccin W égale 10 UI, l'erreur de type I de ce test vaut 5% (à 1% près)
- D. Si la moyenne théorique du taux d'anticorps avec le vaccin W est de 105 UI, l'erreur de type II de ce test vaut 50% (à 1% près)
- E. Si la moyenne théorique du taux d'anticorps avec le vaccin W est de 105 UI, la puissance de ce test vaut 50% (à 1% près)