

UE9 – Mathématiques - Biostatistiques

Annales classées corrigées

Tests paramétriques pour grand
échantillon Comparaison de moyennes

CORRIGE

TABLEAU DE REPONSES

2023	2022	2021	2020	2019	2018	2017	2016	2015	2014
Q13 : ACDE	Q12 : ABD	Q15 : AE	Q14 : BD	Q12 : AE	Q8 : E	Q5 : BCD	Q13 : CE	Q10 : DE	Q2 : ABE
Q14 : D					Q9 : D				
Q15 : AD									

2013	2012	2011	2010	2008	2007
Q8 : BD	Q13 : D	Q7 : ACD	Q7 : D	Q11 : D	Q12 : D
Q9 : C		Q10 : ABCE	Q8 : AE	Q12 : AD	
Q12 : BE					

ANNALES CLASSEES CORRIGES SUPPLEMENTAIRES

2023 Session 2	2021 Session 2
Q11 : AC	Q12 : CE
Q12 : E	Q13 : ABD

2023

Question n°13

C. VRAI D. VRAI

On s'intéresse à des moyennes observées sur deux échantillons distincts. La taille des échantillons est supérieure à 30. On réalise un test de comparaison de moyennes sur échantillons indépendants.

Le paramètre du test s'écrit :

$$z = \frac{m_A - m_B}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}} = \frac{10 - 5}{\sqrt{\frac{10^2}{50} + \frac{10^2}{50}}} = 2,5$$

A. VRAI

$|z| > 1,96$, on rejette l'hypothèse nulle au risque 5%.

B. FAUX

On lit la valeur seuil dans la table 2a, on obtient $\varepsilon_{0,01} = 2,576$.

$|z| < 2,576$: on ne rejette pas l'hypothèse nulle au risque 1%. Le non-rejet ne permet pas de conclure à l'égalité entre les valeurs théoriques.

E. VRAI

L'hypothèse nulle correspond à l'égalité des valeurs théoriques soit $H_0 : \mu_A = \mu_B$

Question n°14

Réponse : D

On compare deux moyennes supposées entre elles. La puissance du test est donnée par :

$$\begin{aligned} P &= P(RH_0|H_1) = P\left(Z < -1,96 - \frac{|\Delta|}{s_D}\right) + P\left(Z > 1,96 - \frac{|\Delta|}{s_D}\right) \\ &= P\left(Z < -1,96 - \frac{5}{\sqrt{\frac{10^2}{50} + \frac{10^2}{50}}}\right) + P\left(Z > 1,96 - \frac{5}{\sqrt{\frac{10^2}{50} + \frac{10^2}{50}}}\right) \\ &= P(Z < -4,96) + P(Z > -0,54) \end{aligned}$$

D'après la distribution de la loi normale, on obtient :

$$P = P(Z > 4,96) + 1 - P(Z > 0,54)$$

A l'aide de la table 2b et avec $P(Z > x_\beta) = \beta$, on obtient pour $x_\beta = 4,96$ et $0,54$, $\beta \approx 0$ et $0,30$

$$P \approx 0 + 1 - 0,3 = 0,7$$

Question n°15

A. VRAI

$$Y = \frac{D}{\sqrt{\text{Var}(D)}}$$

On reconnaît dans la formule de Y, la formule de l'écart-réduit pour laquelle la variance est égale à 1.

B. FAUX

Y suit une loi normale si n_A et n_B sont supérieurs ou égaux à 30.

C. FAUX

s_A^2 est une réalisation d'un estimateur sans biais de σ_A^2 .

D. VRAI

$$\text{Var}(M_n) = \frac{\text{Var}(X)}{n}$$

s_B^2 est une réalisation d'un estimateur sans biais de σ_B^2 . On en déduit que $\frac{s_B^2}{n_B}$ est une réalisation d'un estimateur sans biais de $\text{Var}(M_B)$.

E. FAUX

$$\text{Var}(D) = \text{Var}(M_A) + \text{Var}(M_B)$$

Avec l'item D, on aboutit à : $\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}$ est une réalisation d'un estimateur sans biais de $\text{Var}(D)$.

2022

Question n°12

A VRAI B VRAI E FAUX

On compare deux moyennes observées au sein d'échantillons indépendants. Les conditions de validité sont vérifiées : $n_A > 30$ et $n_B > 30$.

Le paramètre du test s'écrit :

$$z = \frac{m_A - m_B}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}} = \frac{3,2 - 2,2}{\sqrt{\frac{0,3}{200} + \frac{0,2}{200}}} = 20$$

$|z| > 1,96$, on rejette l'hypothèse nulle au risque 5% mais on a pu commettre une erreur de type I.

C FAUX

Lorsque l'on rejette H_0 on a pu faire une erreur de type I.

D VRAI

Dans la table 2a, on associe $\alpha = 10^{-8}$ à la valeur 5,73. $|z| > 5,73$, on obtient $p < 10^{-8}$.

Question n°15

A Vrai B Faux

On compare deux moyennes observées au sein d'échantillons indépendants. Les conditions de validité sont vérifiées : $n_A > 30$ et $n_B > 30$.

C Faux

L'hypothèse nulle correspond à l'égalité des moyennes **théoriques** au sein des populations.

D Faux E Vrai

Le paramètre du test s'écrit :

$$z = \frac{m_A - m_B}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}} = \frac{110 - 111}{\sqrt{\frac{25}{50} + \frac{25}{50}}} = -1$$

$|z| < 1,96$, on ne rejette pas l'hypothèse nulle au risque 5% mais on a pu commettre une erreur de type II.

2023 Session 2

Question n°11

A. Vrai

On compare deux moyennes observées au sein d'échantillons indépendants.

B. Faux

Les conditions de validité sont vérifiées : $n_A > 30$ et $n_B > 30$. Il n'est pas nécessaire de supposer que le taux de cholestérol HDL suit une loi normale.

C. Vrai

Le paramètre du test s'écrit :

$$z = \frac{m_A - m_B}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}} = \frac{61,1 - 50}{\sqrt{\frac{33^2}{200} + \frac{33^2}{200}}} = 3,36$$

D. Faux

On lit dans la table 2a, $\varepsilon_{0,01} = 2,576$.

$|z| > 2,576$, on rejette l'hypothèse nulle au risque 1%.

E. Faux

$|z| > 1,96$, on rejette l'hypothèse nulle au risque 5%.

Question n°12

Réponse : E

D'après la question n°11, on rejette l'hypothèse nulle au risque 1%. On en déduit $p < 1\%$.

Question n°12

On cherche à réaliser un test de comparaison d'une moyenne à une norme.

A Faux B Faux

L'hypothèse nulle correspond à l'égalité des moyennes théoriques. L'hypothèse nulle du test est que la moyenne théorique du taux d'anticorps avec le vaccin W vaut 100 UI.

C Vrai D Faux

Il est possible de réaliser le test car $n > 30$.

$$z = \frac{m - \mu_0}{\sqrt{\frac{s^2}{n}}} = \frac{105 - 100}{\sqrt{\frac{100}{36}}} = 3$$

$|z| > 1,96$, on rejette l'hypothèse nulle au risque 5% mais on a pu commettre une erreur de type I.

E Vrai

On lit dans la table 2a, $\varepsilon_{0,01} = 2,576$.

$|z| > 2,576$, on rejette l'hypothèse nulle au risque 1%. Le degré de signification est inférieur à 10^{-2} .

Question n°13

A. Vrai

On compare deux moyennes observées au sein d'échantillons indépendants.

B. Vrai

C Faux D Vrai

Les conditions de validité sont vérifiées : $n_A > 30$ et $n_B > 30$.

Le paramètre du test s'écrit :

$$z = \frac{m_A - m_B}{\sqrt{\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}}} = \frac{103 - 105}{\sqrt{\frac{8^2}{100} + \frac{8^2}{100}}} = -1,77$$

$|z| < 1,96$, on ne rejette pas l'hypothèse nulle au risque 5% mais on a pu commettre une erreur de type II.

E Faux

Le non-rejet ne permet pas de conclure à l'égalité entre les valeurs théoriques.