

UE9 – Mathématiques - Biostatistiques

Annales classées corrigées

Tests paramétriques pour grand
échantillon Comparaison de moyennes

SUJET

On réalise maintenant une étude chez 100 autres patients présentant une pneumonie, la moitié recevant l'antibiotique A et l'autre l'antibiotique B. On mesure dans les selles des patients le nombre d'espèces bactériennes résistantes à la fin du traitement. On observe dans le groupe recevant A une moyenne m_A de 10 espèces bactériennes résistantes et un écart type s_A du nombre d'espèces bactériennes résistantes de 10. On observe dans le groupe recevant B une moyenne m_B de 5 espèces bactériennes résistantes et un écart type s_B du nombre d'espèces bactériennes résistantes de 10.

On note μ_A et σ_A^2 (respectivement μ_B et σ_B^2) la moyenne théorique et la variance théorique du nombre d'espèce bactériennes résistantes avec l'antibiotique A (respectivement B). On suppose l'indépendance entre les patients des deux groupes.

Question n°13 On compare les moyennes théoriques du nombre d'espèces bactériennes résistantes entre les deux groupes. Parmi les propositions suivantes, laquelle est (ou lesquelles sont) exacte(s)?

- A. Les moyennes théoriques sont significativement différentes entre les deux groupes (au risque 5 %)
- B. Les moyennes théoriques sont significativement identiques entre les deux groupes (au risque 1 %)
- C. Les conditions de validité sont vérifiées car les 2 groupes sont de taille supérieure ou égale à 30
- D. La valeur de l'écart réduit z est égale à 2,5
- E. L'hypothèse nulle est $H_0 : \mu_A = \mu_B$

Question n°14 On calcule la puissance du test précédent au risque 5 %, sous l'hypothèse alternative que la différence entre les moyennes théoriques $\mu_A - \mu_B$ est de 5 espèces bactériennes résistantes et en supposant les variances identiques à celles observées. Parmi les propositions suivantes, laquelle est exacte?

- A. La puissance est comprise entre 25 % et 35 %
- B. La puissance est comprise entre 35 % et 50 %
- C. La puissance est comprise entre 50 % et 65 %
- D. La puissance est comprise entre 65 % et 75 %
- E. La puissance est comprise entre 75 % et 85 %

Question n°15 On s'intéresse à la variable aléatoire $D = M_A - M_B$ où M_A et M_B sont les variables aléatoires moyennes expérimentales du nombre d'espèces bactériennes résistantes chez n_A ($n_A \geq 2$) patients recevant l'antibiotique A et n_B ($n_B \geq 2$) patients recevant l'antibiotique B. On suppose l'indépendance entre les patients des deux groupes. On rappelle que s_A^2 (respectivement s_B^2) est la valeur de l'estimation de σ_A^2 (respectivement de σ_B^2) obtenue sur l'échantillon des n_A patients (respectivement des n_B patients). On définit :

$$Y = \frac{D}{\sqrt{\text{Var}(D)}}$$

Parmi les propositions suivantes, laquelle est (ou lesquelles sont) exacte(s)?

- A. la variance de Y vaut 1
- B. $\forall n_A \geq 2$ et $\forall n_B \geq 2$, Y suit toujours une loi normale
- C. $\frac{s_A^2}{n_A}$ est une réalisation d'un estimateur sans biais de σ_A^2
- D. $\frac{s_B^2}{n_B}$ est une réalisation d'un estimateur sans biais de $\text{Var}(M_B)$
- E. $\frac{s_A^2}{n_A} - \frac{s_B^2}{n_B}$ est une réalisation d'un estimateur sans biais de $\text{Var}(D)$

2022

Exercice 3

On s'intéresse à la sévérité de la Covid-19 et aux pathologies associées des patients infectés. Le critère de sévérité considéré ici est l'admission en réanimation. En France, le réseau d'organisation de la surveillance des urgences a permis de récolter des données concernant 200 patients atteints d'une forme sévère de Covid-19 et donc transférés en réanimation (groupe S) et concernant 200 patients atteints d'une forme non sévère de Covid-19 (groupe NS).

Question n°12 On souhaite comparer la moyenne du nombre de pathologies associées par patient entre les deux groupes. On observe dans le groupe S une moyenne de ce nombre $m_S = 3,2$ et une variance de ce nombre $s_S^2 = 0,3$. On observe dans le groupe NS une moyenne de ce nombre $m_{NS} = 2,2$ et une variance de ce nombre $s_{NS}^2 = 0,2$. Parmi les propositions suivantes, laquelle est (ou lesquelles sont) exacte(s)?

- A. Les moyennes théoriques sont significativement différentes entre les deux groupes au risque 5%
- B. Quand on fait le test, la valeur de l'écart réduit z est strictement supérieure à 3
- C. Si on rejette l'hypothèse nulle au risque 5%, on a pu faire une erreur de type II
- D. Le degré de signification est strictement inférieur à 10^{-8}
- E. Il suffit de vérifier que le nombre de sujets est supérieur à 30 dans au moins un des deux groupes pour respecter les conditions de validité du test

2021

Question n°15 M. Gérard entend parler d'un nouveau traitement antiviral « supervir » et on lui dit que pour mieux évaluer les deux médicaments, il faut comparer le taux d'anticorps une semaine après administration du traitement. Il réalise une nouvelle étude dans l'EHPAD des tulipes chez 100 patients. Il administre le nouveau traitement antiviral « supervir » à 50 patients (groupe « supervir ») et le précédent traitement aux 50 autres patients (groupe « antiviral de référence »). Chez les 50 patients du groupe antiviral de référence, il obtient une moyenne des taux d'anticorps de 110 UI/mL avec une variance de 25 (UI/mL)². Chez les 50 patients du groupe « supervir », il obtient une moyenne des taux d'anticorps de 111 UI/mL avec une variance de 25 (UI/mL)². Il souhaite réaliser un test pour savoir si la différence des moyennes des taux d'anticorps est significative entre les deux traitements. Parmi les propositions suivantes, laquelle est (ou lesquelles sont) exacte(s) ?

- A. Il peut réaliser un test de comparaison de moyennes de deux échantillons indépendants
- B. Il peut réaliser un test de comparaison d'une moyenne à une norme
- C. L'hypothèse nulle du test est que la moyenne observée du taux d'anticorps est la même dans les deux groupes
- D. Il rejette l'hypothèse nulle au risque 5%, mais il a pu commettre une erreur de type I
- E. Il ne rejette pas l'hypothèse nulle au risque 5%, mais il a pu commettre une erreur de type II

2020

On souhaite évaluer un traitement qui permet d'augmenter la réponse immunitaire des patients atteints du virus V.

Question n°14 On réalise l'essai thérapeutique randomisé en double aveugle décrit à la question

n°13 avec 40 patients par groupe. On obtient dans le groupe avec traitement une immunité moyenne de 4,5 UI avec un écart type de 2 UI. On obtient dans le groupe sans traitement une immunité moyenne de 4 UI avec un écart type de 2 UI.

Cochez la (ou les) réponse(s) exacte(s).

- A. On peut faire un test de l'écart-réduit de comparaison d'une moyenne observée à une moyenne théorique
- B. On peut faire un test de l'écart-réduit de comparaison de deux moyennes
- C. On conclut à l'absence d'efficacité du traitement au risque 5%
- D. On conclut à l'absence de différence significative au risque 5%
- E. On conclut à l'efficacité du traitement au risque 5%

2019

Question n°12 Le médecin a mesuré les concentrations de RIBA chez les patients de son essai randomisé. Chez les 200 patients du groupe RIBA seule, il obtient des concentrations moyennes de 9,8 mg/L avec une variance de 9 (mg/L)². Chez les 200 patients du groupe RIBA + FAVI, il obtient des concentrations moyennes de 9,5 mg/L avec une variance de 9 (mg/L)². Il souhaite réaliser un test pour savoir si la différence des concentrations est significative. Cochez la (ou les) réponse(s) exacte(s).

- A. Il doit réaliser un test de comparaison d'échantillons indépendants
- B. Il peut réaliser un test de comparaison pour échantillons appariés
- C. L'hypothèse nulle du test est que la moyenne observée des concentrations de RIBA est la même dans les deux groupes
- D. Il rejette l'hypothèse nulle au risque 5%, mais il peut commettre une erreur de type I
- E. Il ne rejette pas l'hypothèse nulle au risque 5%, mais il peut commettre une erreur de type II

2018

Question n°8

On réalise un essai randomisé, en double aveugle, avec 32 enfants par groupe recevant un vaccin soit sans adjuvant soit avec adjuvant. On observe une moyenne d'anticorps de 9,5 UI/L et un écart type de 4 UI/L dans le groupe sans adjuvant. On observe une moyenne d'anticorps de 11 UI/L et un écart type de 4 UI/L dans le groupe avec adjuvant. On veut comparer les résultats des deux groupes. Cochez LA bonne réponse.

- A. [Si le test est significatif, grâce au double aveugle, on pourra affirmer l'efficacité de l'adjuvant (au risque 5%).]
- B. On conclut que l'adjuvant est efficace au risque 5%.
- C. On conclut que l'adjuvant n'a aucune efficacité.
- D. On conclut que l'adjuvant est néfaste au risque 5%.
- E. On ne peut pas conclure que l'adjuvant est efficace au risque 5%.

Question n°9

On souhaite calculer la puissance de l'étude précédente pour un test de taille 5%. On suppose donc une différence attendue de 1,5 entre les deux moyennes, le même nombre d'enfants et les mêmes variances qu'à la question précédente. On arrondira 1,96 par 2 dans ce calcul et on donnera le résultat à 1% près.

Cochez la ou les bonnes réponses.

- A. Le risque de deuxième espèce est la probabilité de rejeter l'hypothèse nulle à tort.
- B. La puissance est la probabilité de ne pas rejeter l'hypothèse nulle à tort.
- C. Le risque de deuxième espèce vaut 31%.
- D. La puissance vaut 31%.
- E. La puissance vaut 11%.

2017

Question n°5 Durant l'hiver 2014, dans 100 hôpitaux représentatifs en France, on réalise une enquête et on mesure la couverture vaccinale du personnel soignant. On observe une couverture vaccinale variant de 35 à 85, avec une moyenne de 65 et un écart-type de 15. On se demande si la couverture vaccinale moyenne du personnel soignant dans les hôpitaux en France est différente de 70.

NB : On considère que la couverture vaccinale exprimée en pourcentage comme une variable continue. Cochez la(les) proposition(s) exacte(s).

- A. On réalise un test de comparaison de moyennes pour deux échantillons indépendants.
- B. On réalise un test de comparaison d'une moyenne observée à une moyenne de référence.
- C. On rejette l'hypothèse nulle (au risque 5%), mais on a pu commettre une erreur de type I.
- D. Le degré de signification est inférieur à 10^{-3} .
- E. Le degré de signification est inférieur à 10^{-4} .

2016

Question n°13 On compare les moyennes d'antigénémie observées chez 50 volontaires sains recevant un vaccin standard et chez 100 volontaires sains recevant un vaccin boosté. On observe avec le vaccin standard une moyenne de 5 avec une variance de 1. On observe avec le vaccin boosté une moyenne de 5,3 avec une variance de 2. Cochez la (ou les) réponse(s) exacte(s).

- A. L'hypothèse nulle suppose que les deux moyennes observées sont identiques.
- B. On rejette l'hypothèse nulle au risque 5%.
- C. On ne rejette pas l'hypothèse nulle au risque 5%.
- D. Avec les mêmes variances, les mêmes effectifs et un risque de première espèce de 5%, pour une différence attendue des moyennes de 0,5 la puissance du test est d'environ 30% (à 2% près).
- E. Avec les mêmes variances, les mêmes effectifs et un risque de première espèce de 5%, pour une différence attendue des moyennes de 0,5 la puissance du test est d'environ 70% (à 2% près).

2015

Un médecin souhaite évaluer un nouveau médicament biologique pour le traitement de certains mélanomes (cancers de la peau). Il souhaite comparer ce nouveau traitement au traitement actuel par chimiothérapie. Il réalise un essai thérapeutique randomisé chez 100 patients. Il observe une réduction moyenne de la taille tumorale de 9 cm^2 dans le groupe avec chimiothérapie (50 patients), avec un écart-type de 5 cm^2 , et une réduction moyenne de 10 cm^2 dans le groupe avec le médicament biologique, avec un écart-type de 5 cm^2 (50 patients).

QCM 10 – Le médecin réalise un test statistique pour comparer les deux groupes. Cochez la (ou les) réponse(s) exacte(s).

- A - Le médecin conclut que le médicament biologique est plus efficace que le traitement par chimiothérapie (au risque 5%)
- B - Le médecin conclut que le médicament biologique est aussi efficace que le traitement par chimiothérapie (au risque 5%)
- C - Si on suppose que la différence d'efficacité moyenne est de 1 cm^2 , et que l'écart-type de la réduction tumorale est de 5 cm^2 dans chacun des groupes, le risque de deuxième espèce de ce test est de 20% (à 5% près)
- D - Si on suppose que la différence d'efficacité moyenne est de 1 cm^2 , et que l'écart-type de la réduction tumorale est de 5 cm^2 dans chacun des groupes, le risque de deuxième espèce de ce test est de 80% (à 5% près)
- E - Avec les mêmes hypothèses et en incluant au total 4 fois plus de patients, le risque de deuxième espèce de ce test serait de 50% (à 5% près)

2014

QCM 2 Un deuxième chercheur propose de mesurer le CIT sur un échantillon de 100 malades de sa consultation de Génétique. Il observe sur ces 100 mesures, une moyenne de 89 UI avec une variance de 36 UI^2 . Il se demande si la moyenne de CIT dans sa consultation diffère de la valeur habituelle qui est 95 UI. Cocher la ou les propositions exactes.

- A - Il peut faire un test z de l'écart réduit
- B - Il rejette H_0 au risque 5%
- C - Il accepte H_0 au risque 5%
- D - Il peut faire un test du χ^2 à un degré de liberté
- E - Le degré de signification est inférieur à 10^{-9}

La nevirapine est un médicament antirétroviral donné chez les patients infectés par VIH comme un des composants de la trithérapie. On étudie ce traitement au Cambodge.

QCM8- Dans la population caucasienne, les concentrations dans le plasma sont en moyenne de 5 mg/L après une dose standard. On effectue une étude chez 36 patients cambodgiens avec cette dose standard, et on trouve une concentration moyenne observée de 6,5 mg/L avec un écart-type de 6 mg/L. On souhaite tester si la concentration moyenne chez les cambodgiens est différente de celle des patients caucasiens. Cochez la ou les propositions exactes.

- A. Soit μ la moyenne théorique des concentrations chez les cambodgiens et m la concentration moyenne observée chez les cambodgiens. L'hypothèse nulle du test s'écrit $m=5$
- B. Soit μ la moyenne théorique des concentrations chez les cambodgiens et m la concentration moyenne observée chez les cambodgiens. L'hypothèse nulle du test s'écrit $\mu=5$
- C. On effectue un test du χ^2 à un degré de liberté
- D. On ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle au risque 5%, mais on a pu faire une erreur de deuxième espèce
- E. On rejette l'hypothèse nulle au risque 5%, mais on a pu faire une erreur de première espèce

QCM 9 - On décide de refaire l'expérience chez 100 patients cambodgiens. En supposant que chez les patients cambodgiens la concentration moyenne est de 8 mg/l et que l'écart-type est toujours de 6 mg/l, on souhaite calculer la puissance du test de comparaison à la moyenne dans la population caucasienne. Cochez LA proposition exacte.

- A. La puissance du test est la probabilité de rejeter l'hypothèse nulle H_0 si H_0 est vraie
- B. Pour calculer la puissance du test, on s'intéresse à la variable aléatoire « différence de deux moyennes expérimentales »
- C. La puissance du test est supérieure ou égale à 90%
- D. La puissance du test est inférieure à 90%
- E. On ne peut pas calculer la puissance du test

QCM12- On conduit un programme de traitement chez les patients cambodgiens. Chez 50 d'entre eux on administre la nevirapine sous forme de comprimés (groupe C) et chez 50 autres sous forme de gélules (groupe G). Les concentrations moyennes observées sont de 7 et 8 mg/L dans les groupes C et G, avec des variances observées respectives de 4 et 4 (mg/L)². On souhaite savoir si les comprimés et les gélules conduisent en moyenne aux mêmes concentrations. Cochez la ou les propositions exactes.

- A. On a réalisé un essai thérapeutique randomisé
- B. On trouve une différence significative au risque 5%
- C. Le degré de signification du test est inférieur à 0,0001
- D. On conclut que les comprimés et les gélules ne conduisent pas aux mêmes concentrations (au risque 5%)
- E. Il faut savoir comment ont été constitués les groupes pour pouvoir conclure que les deux formes de nevirapine ne conduisent pas aux mêmes concentrations (au risque 5%)

2012

QCM 13- Il fait maintenant une étude chez 30 patients recevant de l'Antires avec le Nouvant, et il trouve une moyenne de 5 millions de bactéries avec un écart type de 3 millions. Chez 70 patients ne recevant pas d'Antires avec le Nouvant il trouve une moyenne de 30 millions de bactéries avec un écart type de 7 millions. Il veut comparer les résultats entre ces deux groupes. Cochez LA proposition exacte.

- A. L'espérance de la différence des moyennes expérimentales est la somme des espérances des moyennes expérimentales
- B. La variance de la différence des moyennes expérimentales est la différence des variances des moyennes expérimentales
- C. [Il conclut à l'efficacité de l'Antires au risque 5%]
- D. Lorsqu'on effectue le test, on prend la valeur 1 pour la variance de la différence des moyennes expérimentales
- E. On doit faire un test de comparaison de moyennes pour échantillons appariés

2011

QCM 7 Le médecin veut tester si son hypothèse sur le temps moyen d'une souris quelconque à trouver le fromage est correcte en posant $H_0 : \mu = 5$. Il observe sur les 100 souris un temps moyen de 6,5 secondes à trouver le fromage, avec un écart-type de 2,5. Parmi les réponses suivantes, dire la(les) proposition(s) vraie(s).

- a - Il peut affirmer qu'en moyenne les 100 souris ont mis 6,5 secondes à trouver le fromage
- b - Il peut affirmer qu'en moyenne une souris quelconque met entre 1,5 et 11,5 secondes à trouver le fromage avec un niveau de confiance de 95%
- c - Il peut affirmer qu'en moyenne une souris quelconque met entre 6 et 7 secondes à trouver le fromage avec un niveau de confiance de 95%
- d - Pour faire le test, il peut construire sous H_0 un intervalle de pari de la moyenne observée chez les 100 souris et regarder si 6,5 appartient à celui-ci
- e - Pour faire le test, il peut construire un intervalle de confiance de la moyenne μ et regarder si 6,5, appartient à celui-ci

Un médecin étudie des traitements pour la fibrose pulmonaire, une maladie rare des poumons qui en absence de traitement se traduit par une diminution au fil du temps de la capacité pulmonaire.

QCM 10 Le médecin administre à 100 patients le traitement par ocréotide et à 100 autres patients un placebo. Il observe chez les patients traités par ocréotide une moyenne de changement de capacité de +1,4 UI avec une variance de 18 UI^2 et chez les patients sous placebo une moyenne de changement de capacité de -1 UI avec une variance de 18 UI^2 . Il souhaite tester si les moyennes de changement de capacité diffèrent entre les deux groupes de traitement.

On apprend que pour chaque patient l'attribution du traitement, ocréotide ou placebo, est tirée au sort. Parmi les réponses suivantes, dire la(les) propositions vraie(s).

- a - La différence du changement moyen de capacité entre les deux groupes est significative (au risque 5%)
- b - Le degré de signification est inférieur à 10^{-2}
- c - Le degré de signification est inférieur à 10^{-4}
- d - Le degré de signification est inférieur à 10^{-6}
- e - Le traitement par ocréotide est plus efficace que le placebo (au risque 5%)

QCM 7 On suppose que, par courrier ordinaire, le délai de réponse des femmes a une moyenne de 1 mois et une variance de 1 mois². Le médecin veut tester un envoi par courrier spécialisé et pense que le délai de réponse sera alors de 3 semaines (0,75 mois). Il veut montrer sur un échantillon de n femmes que la durée de réponse moyenne est significativement différente de 1. Dire LA proposition vraie.

- a - Si $n = 49$ la puissance du test est d'environ 30% (à 5% près)
- b - Si $n = 49$ la puissance du test est d'environ 70% (à 5% près)
- c - Si $n = 100$ la puissance du test est d'environ 30% (à 5% près)
- d - Si $n = 100$ la puissance du test est d'environ 70% (à 5% près)
- e - L'erreur de type I est plus élevée pour $n = 49$ que pour $n = 100$

QCM 8 Le médecin envoie 100 lettres par courrier spécialisé. Il obtient une moyenne expérimentale des durées de réponse de 0,85 mois avec une variance expérimentale de 1 mois². Il effectue le test décrit à la question 7. Dire la(les) proposition(s) vraie(s).

- a - L'hypothèse nulle s'écrit : La moyenne des durées de réponse par courrier spécialisé est égale à un mois
- b - L'hypothèse nulle s'écrit : La moyenne expérimentale des durées de réponse par courrier spécialisé est égale à un mois
- c - Le clinicien rejette l'hypothèse nulle au risque 5%
- d - Le clinicien accepte l'hypothèse nulle au risque 5%
- e - Le clinicien ne rejette pas l'hypothèse nulle au risque 5%

On réalise une étude chez 100 patients présentant une pneumonie, la moitié recevant l'antibiotique A, l'autre l'antibiotique B. L'attribution de l'antibiotique est tirée au sort. On mesure le délai jusqu'à la disparition des symptômes. On observe dans le groupe recevant A une moyenne m_A de 10 jours et un écart type s_A de 10 jours. On observe dans le groupe recevant B une moyenne m_B de 5 jours et un écart type s_B de 10 jours. On compare les moyennes des délais entre les deux groupes.

QCM 11 On calcule la puissance du test précédent, sous l'hypothèse alternative que la différence entre les moyennes est de 5 jours et en supposant les variances identiques à celles observées. Parmi les propositions suivantes, dire LA proposition vraie.

- a - La puissance est entre 25% et 35%
- b - La puissance est entre 35% et 50%
- c - La puissance est entre 50% et 65%
- d - La puissance est entre 65% et 75%
- e - La puissance est entre 75% et 85%

QCM 12 On s'intéresse à la variable aléatoire $D = MA - MB$ où MA et MB sont les variables aléatoires moyennes expérimentales du délai de guérison chez n_A patients recevant l'antibiotique A et n_B patients recevant l'antibiotique B. On définit :

$$Y = D / \sqrt{\text{Var}(D)}$$

Parmi les propositions suivantes, dire la(les) proposition(s) vraie(s).

- a - La variance de Y vaut 1
- b - Y suit toujours une loi normale
- c - $\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}$ est un estimateur sans biais de $\text{Var}(D)$
- d - $\frac{s_A^2}{n_A} + \frac{s_B^2}{n_B}$ est une réalisation d'un estimateur sans biais de $\text{Var}(D)$
- e - $\frac{s_A^2}{n_A} - \frac{s_B^2}{n_B}$ est une réalisation d'un estimateur sans biais de $\text{Var}(D)$

Parmi les patients ayant eu une septicémie d'évolution non mortelle, on veut comparer la durée d'hospitalisation suivant que les patients aient reçu une antibiothérapie adaptée standard, (groupe S) ou qu'ils aient reçu un nouvel antibiotique réputé plus puissant (groupe N).

QCM 12 On réalise l'essai avec 80 patients dans chaque groupe. On appelle D la variable aléatoire différence entre les deux variables aléatoires moyennes expérimentales des durées d'hospitalisation M_S et M_N dans les groupes S et N . On note V_S et V_N les variables aléatoires variances expérimentales des durées d'hospitalisation dans les groupes S et N . Les moyennes observées dans chacun des groupes sont notées m_S et m_N .

Parmi les questions suivantes, **laquelle est vraie?**

- a - $m_S - m_N$ est un estimateur de $E(D)$
- b - $M_S + M_N$ est un estimateur non biaisé de $E(D)$
- c - $M_S - M_N$ est un estimateur biaisé de $E(D)$
- d - $V_S/80 + V_N/80$ est un estimateur non biaisé de $\text{Var}(D)$
- e - $V_S/80 - V_N/80$ est un estimateur non biaisé de $\text{Var}(D)$

2023 Session 2

Une étude a pour but d'évaluer l'impact d'une intervention sportive. Cette étude porte sur 400 hommes âgés de 60 à 70 ans répartis aléatoirement dans un groupe contrôle (groupe C de 200 hommes) et un groupe suivant cette intervention sportive (groupe I de 200 hommes).

Le nombre d'hommes ayant eu au moins un événement cardiovasculaire pendant cette étude est de 15 dans le groupe C et de 5 dans le groupe I. On a mesuré le taux de cholestérol HDL (HDL en mg/dL) à la fin de l'étude. La moyenne observée de HDL est de 61,1 mg/dL (avec un écart-type observé de HDL de 33 mg/dL) dans le groupe C. La moyenne observée de HDL est de 50,0 mg/dL (avec un écart-type observé de HDL de 33 mg/dL) dans le groupe I.

On souhaite étudier l'impact de l'intervention sportive sur le taux de cholestérol HDL. Pour cela, on compare les moyennes théoriques de ce taux entre les deux groupes.

Question n°11 Parmi les propositions suivantes, laquelle est (ou lesquelles sont) exacte(s)?

- A. L'hypothèse nulle H_0 de ce test est l'égalité des moyennes théoriques du taux de cholestérol HDL entre les deux groupes
- B. Pour réaliser ce test, on doit supposer que le taux de cholestérol HDL suit une loi normale
- C. La valeur de l'écart réduit z de ce test est 3,4 (à 0,1 près)
- D. Au risque 1 %, on montre que les moyennes théoriques du taux de cholestérol HDL entre les deux groupes sont égales
- E. Au risque 5 %, on ne rejette pas l'hypothèse nulle de ce test

Question n°12 Parmi les propositions suivantes, laquelle est exacte (à 0,1 % près)?

- A. Le degré de signification de ce test est supérieur ou égal à 5 %
- B. Le degré de signification de ce test appartient à $[3,5 \%; 5 \%$
- C. Le degré de signification de ce test appartient à $[2 \%; 3,5 \%$
- D. Le degré de signification de ce test appartient à $[1 \%; 2 \%$
- E. Le degré de signification de ce test est strictement inférieur à 1 %

Exercice 3

Une équipe du ministère de la Santé veut évaluer les capacités de protection d'un nouveau vaccin W contre le SARS-CoV-2 administré en une seule injection. On s'intéresse pour cela au taux d'anticorps un mois après l'injection. Dans la population des personnes vaccinées par le vaccin J déjà disponible, la moyenne de ce taux d'anticorps est de 100 unités internationales (UI).

Dans cet exercice, le taux d'anticorps désigne toujours le taux d'anticorps un mois après l'injection. Il est mesuré de manière indépendante entre les individus.

Question n°12 Le ministère de la santé fait appel à un statisticien qui propose de réaliser un test de comparaison d'une moyenne à une norme. L'étude est réalisée chez les 36 personnes à qui on a administré le vaccin W. On observe une moyenne expérimentale du taux d'anticorps de 105 UI et une variance expérimentale de 100 UI². Parmi les propositions suivantes, laquelle est (ou lesquelles sont) exacte(s) :

- A. L'hypothèse nulle du test est que la moyenne observée du taux d'anticorps avec le vaccin W vaut 100 UI
- B. L'hypothèse nulle du test est que la moyenne théorique du taux d'anticorps avec le vaccin W vaut 105 UI
- C. On rejette l'hypothèse nulle au risque 5%, mais on a pu commettre une erreur de type I
- D. On ne rejette pas l'hypothèse nulle au risque 5%, mais on a pu commettre une erreur de type II
- E. Le degré de signification est inférieur à 10^{-2}

Question n°13 Afin de mieux évaluer ce nouveau vaccin W, le statisticien conseille de faire une étude chez 200 participants, 100 qui recevront le vaccin J et 100 qui recevront le vaccin W. Pour le vaccin J, on obtient une moyenne expérimentale du taux d'anticorps de 103 UI et un écart type expérimental de 8 UI. Pour le vaccin W, on obtient une moyenne expérimentale du taux d'anticorps de 105 UI et un écart type expérimental de 8 UI.

Parmi les propositions suivantes, laquelle est (ou lesquelles sont) exacte(s) :

- A. Pour comparer la protection des deux vaccins, on va effectuer un test de comparaison de moyennes sur échantillons indépendants
- B. L'hypothèse nulle du test est que les moyennes théoriques du taux d'anticorps avec les vaccins J et W sont identiques
- C. On rejette l'hypothèse nulle au risque 5%, mais on a pu commettre une erreur de type I
- D. On ne rejette pas l'hypothèse nulle au risque 5%, mais on a pu commettre une erreur de type II
- E. On conclut que les deux vaccins donnent des protections identiques