

UE9 – Mathématiques - Biostatistiques

Annales classées corrigées

Test de comparaison de proportions

Tests du χ^2

CORRIGE

TABLEAU DE REPONSES

2023	2022	2021	2020	2019	2018	2017	2016	2015	2014
Q11 : BD	Q11 : BE	Q13 : BDE	Q8 : E	Q7 : CD	Q10 : ACE	Q4 : C	Q8 : CD	Q12 : AD	Q2 : ABE
Q12 : E	Q13 : D	Q14 : CD	Q9 : BCE	Q11 : BCD	Q11 : BCD	Q7 : E	Q10 : CE	Q14 : ABDE	Q6 : BCDE
			Q10 : AD				Q11 : ADE		Q12 : DE
			Q11 : BD						
			Q12 : BCE						

2013	2012	2011	2010	2009	2008	2007	2006
Q8 : BD	Q8 : CDE	Q12 : AC	Q10 : ACD	Q9 : BE	Q7 : BD	Q8 : CD	Q10 : BC
Q11 : BCDE	Q9 : AD		Q12 : B	Q12 : ABDE	Q8 : B	Q9 : AE	Q11 : ADE

ANNALES CLASSEES CORRIGÉES SUPPLÉMENTAIRES

2023 Session 2	2022 Session 2	2021 Session 2
Q10 : ABD	Q11 : ACDE	Q14 : CD
	Q14 : C	Q15 : ACE
	Q15 : AC	

Question n°11

A. FAUX

L'énoncé ne donne pas d'indications sur la proportion théorique au sein de la population traitée avec B. Il n'est donc pas possible de calculer un intervalle de pari.

B. VRAI

L'intervalle de pari se construit autour du pourcentage théorique, soit ici 80%.

Les conditions de validité sont vérifiées :

$$\begin{aligned} n\pi_0 &= 100 \times 0,80 = 80 > 5 \\ n(1 - \pi_0) &= 100 \times (1 - 0,80) = 20 > 5 \end{aligned}$$

A l'aide du formulaire, on a :

$$\begin{aligned} IP_{1-\alpha} &= \left[\pi \pm \varepsilon_\alpha \sqrt{\frac{\pi(1-\pi)}{n}} \right] \\ IP_{0,95} &= \left[0,80 \pm 1,96 \sqrt{\frac{0,8(1-0,8)}{100}} \right] = [0,72; 0,88] \end{aligned}$$

C. FAUX

Pour faire le test, on peut utiliser un test du χ^2 à **1 degré de liberté**.

D. VRAI

Il est possible de faire l'analogie entre la réalisation d'un test et l'utilisation de l'intervalle de pari.

E. FAUX

L'hypothèse nulle correspond à l'égalité de **valeurs théoriques**.

Question n°12

Réponse : E

On réalise un test de comparaison d'une proportion observée à une proportion théorique.

Les conditions de validité sont vérifiées :

$$\begin{aligned} n\pi_0 &= 100 \times 0,80 = 80 > 5 \\ n(1 - \pi_0) &= 100 \times (1 - 0,80) = 20 > 5 \end{aligned}$$

$$z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1 - \pi_0)}{n}}} = \frac{0,60 - 0,80}{\sqrt{\frac{0,80 \times (1 - 0,20)}{100}}} = -5$$

$|z| > 1,96$: RH_0 , il est possible de calculer un degré de signification.

D'après la table 2a, la valeur $\varepsilon_\alpha = 5$ est encadrée par les valeurs 4,89 et 5,32 correspondant à un risque α compris entre 10^{-6} et 10^{-7} .

Question n°11

A FAUX

On compare deux proportions sur des échantillons indépendants.

L'hypothèse nulle repose sur l'égalité des valeurs **théoriques**.

B VRAI C FAUX

Pour pouvoir vérifier les conditions de validité du test, on calcule la proportion commune p à l'aide du formulaire :

$$p = \frac{n_A p_A + n_B p_B}{n_A + n_B} = \frac{88 + 72}{200 + 200} = 0,4$$

On vérifie les conditions de validité :

$$\begin{aligned} n_A p &= 200 \times 0,4 = 80 \geq 5 \\ n_A (1 - p) &= 200 \times (1 - 0,4) = 120 \geq 5 \end{aligned}$$

On peut également effectuer un test du χ^2 à 1 degré de liberté.

D FAUX E VRAI

On calcule le paramètre du test à l'aide du formulaire :

$$z = \frac{p_A - p_B}{\sqrt{p(1-p) \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}} = \frac{88/200 - 72/200}{\sqrt{0,4 \times (1 - 0,4) \left(\frac{1}{200} + \frac{1}{200} \right)}} = 1,63$$

On a $|z| < 1,96$, on ne rejette pas l'hypothèse nulle au risque 5%.

Ne pas rejeter l'hypothèse nulle ne permet pas de conclure à l'égalité au sein des populations.

Question n°13

A FAUX C FAUX D VRAI E FAUX

On compare les répartitions des différents effets secondaires selon 2 traitements. On construit le tableau des effectifs observés et attendus en utilisant :

$$c_{ij} = \frac{m_j \times n_i}{N}$$

avec m_j l'effectif de la ligne j , n_i l'effectif de la colonne i et N l'effectif total

Les effectifs attendus sont notés entre parenthèses.

	Rougeur locale	Douleur au point d'injection	Réaction allergique	Pas d'effet secondaire	Total
Vaccin avec ARN messenger -	8 (7)	8 (6)	4 (3)	80 (84)	100
Vaccin sans ARN messenger	6 (7)	4 (6)	2 (3)	88 (84)	100
Total	14	12	6	168	200

Les conditions de validité ne sont pas respectées : $c_{ij} < 5$. **Il n'est pas possible de réaliser un test statistique.**

B FAUX

Sous H_0 :

$$c_{ARN/Rougeur} = \frac{100 \times 14}{200} = 7$$

Question n°13

A Faux B Vrai

On compare deux proportions sur des échantillons indépendants.

Pour pouvoir vérifier les conditions de validité du test, on calcule la proportion commune p à l'aide du formulaire :

$$p = \frac{n_A p_A + n_B p_B}{n_A + n_B} = \frac{3 + 8}{50 + 50} = \frac{11}{100} = 0,11$$

On vérifie les conditions de validité :

$$\begin{aligned} n_A p &= 50 \times 0,11 = 5,5 \geq 5 \\ n_A (1 - p) &= 50 \times (1 - 0,11) = 44,5 \geq 5 \\ n_B p &= 50 \times 0,11 = 5,5 \geq 5 \\ n_B (1 - p) &= 50 \times (1 - 0,11) = 44,5 \geq 5 \end{aligned}$$

C Faux D Vrai

On calcule le paramètre du test à l'aide du formulaire :

$$z = \frac{p_A - p_B}{\sqrt{p(1-p) \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}} = \frac{3/50 - 8/50}{\sqrt{0,11 \times (1 - 0,11) \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{50} \right)}} = -1,59$$

On a $|z| < 1,96$, on ne rejette pas l'hypothèse nulle au risque 5%. On a pu faire une erreur de deuxième espèce.

E. Vrai

Le non rejet de l'hypothèse nulle peut être dû à un manque de puissance du test. La prise en compte d'un plus grand nombre de patients permet de diminuer le risque de deuxième espèce.

Question n°14

A Faux B Faux

On compare les répartitions au sein de 4 régions. Il est possible de réaliser un test du Chi2 à 3 degrés de liberté.

C Vrai

L'effectif théorique se calcul à l'aide de la formule :

$$c_{ij} = \frac{m_j \times n_i}{N}$$

avec m_j l'effectif de la ligne j , n_i l'effectif de la colonne i et N l'effectif total

$$c_{\text{contaminé}/\text{PACA}} = \frac{150 \times 150}{900} = 25$$

D Vrai

On lit la valeur seuil 7,815 dans la table 3 pour $\alpha = 0,05$ et ddl = 3.

$$K = 10,121 > 7,815$$

On rejette l'hypothèse nulle au risque 5%. **Il existe une différence significative** entre les distributions.

E Faux

On lit la valeur 11,345 dans la table 3 pour $\alpha = 10^{-2}$ et ddl = 3.

$$K = 10,121 < 11,345 \rightarrow p > 10^{-2}$$

2023 Session 2

Question n°10

A. Vrai B. Vrai

On compare deux proportions sur des échantillons indépendants.

Pour pouvoir vérifier les conditions de validité du test, on calcule la proportion commune p à l'aide du formulaire :

$$p = \frac{n_A p_A + n_B p_B}{n_A + n_B} = \frac{15 + 5}{200 + 200} = 0,05$$

On vérifie les conditions de validité :

$$\begin{aligned} n_A p &= 200 \times 0,05 = 10 \geq 5 \\ n_A (1 - p) &= 200 \times (1 - 0,05) = 190 \geq 5 \end{aligned}$$

On peut également effectuer un test du χ^2 à 1 degré de liberté.

C. Faux

L'effectif théorique se calcule à l'aide de la formule :

$$c_{ij} = \frac{m_j \times n_i}{N}$$

avec m_j l'effectif de la ligne j , n_i l'effectif de la colonne i et N l'effectif total

$$c_{AVC/C} = \frac{20 \times 200}{400} = 10$$

D. Vrai

On calcule le paramètre du test à l'aide du formulaire :

$$z = \frac{p_A - p_B}{\sqrt{p(1-p) \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}} = \frac{15/200 - 5/200}{\sqrt{0,05 \times (1 - 0,05) \left(\frac{1}{200} + \frac{1}{200} \right)}} = 2,29$$

On lit dans la table 2a, $\varepsilon_{0,01} = 2,576$.

$|z| < 2,576$, on ne rejette pas l'hypothèse nulle au risque 1%.

E. Faux

On a $|z| > 1,96$, on rejette l'hypothèse nulle au risque 5%.

Question n°11

A. Vrai

L'échantillon des 200 cas est tiré au sort, il est représentatif de la population.

B. Faux

L'échantillon des 500 cas n'est pas tiré au sort au sein de la population, le ratio obtenu entre les causes d'hospitalisation pour pneumonie n'est pas représentatif de la population.

C. Vrai

D'après les données de l'énoncé, on a :

$$p = \frac{50}{200} = 0,25$$

D. Vrai

Par définition, il y a 5% de chances que la prévalence de la non-vaccination dans la population des cas soit en dehors de son intervalle de confiance à 95%.

E. Vrai

On réalise un test de comparaison entre une proportion observée et une proportion théorique.

Les conditions de validité sont vérifiées :

$$\begin{aligned} n\pi_0 &= 100 \times 0,75 = 75 > 5 \\ n(1 - \pi_0) &= 100 \times (1 - 0,75) = 25 > 5 \end{aligned}$$

$$z = \frac{p - \pi_0}{\sqrt{\frac{\pi_0(1 - \pi_0)}{n}}} = \frac{\frac{250}{300} - 0,75}{\sqrt{\frac{0,75 \times (1 - 0,25)}{100}}} = -3,33$$

$|z| > 1,96$: RH_0 , on rejette l'hypothèse nulle.

Question n°14

A. Faux B. Faux

On compare deux proportions sur des échantillons indépendants.

Pour pouvoir vérifier les conditions de validité du test, on calcule la proportion commune p à l'aide du formulaire :

$$p = \frac{n_A p_A + n_B p_B}{n_A + n_B} = \frac{50 + 50}{200 + 300} = 0,2$$

On vérifie les conditions de validité :

$$\begin{aligned} n_A p &= 200 \times 0,2 = 40 \geq 5 \\ n_A (1 - p) &= 200 \times (1 - 0,2) = 160 \geq 5 \\ n_B p &= 300 \times 0,2 = 60 \geq 5 \\ n_B (1 - p) &= 300 \times (1 - 0,2) = 240 \geq 5 \end{aligned}$$

On peut également effectuer un test du χ^2 à **1 degré de liberté**.

C. Vrai

On calcule le paramètre du test à l'aide du formulaire :

$$z = \frac{p_A - p_B}{\sqrt{p(1-p) \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}} = \frac{\frac{50}{200} - \frac{50}{300}}{\sqrt{0,2 \times (1 - 0,2) \left(\frac{1}{200} + \frac{1}{300} \right)}} = 2,28$$

Soit $K = z^2 = 5,20$.

D. Faux

On lit dans la table 2a, $\varepsilon_{0,02} = 2,326$.

$|z| < 2,326$, on ne rejette pas l'hypothèse nulle au risque 2%. Le degré de signification est supérieur à 2%.

E. Faux

On a $|z| > 1,96$, on rejette l'hypothèse nulle au risque 5%.

Question n°15

A. Vrai B. Faux

Sous l'hypothèse nulle, les répartitions sont identiques.

C. Vrai D. Faux

Le degré de signification est de 0,015 donc le test conduit au rejet de l'hypothèse nulle pour tout risque supérieur à 1,5%.

E. Faux

Le statut vaccinal comporte trois classes et il existe deux groupes. Soit un test à deux degrés de liberté. Il n'est pas possible de réaliser un test de l'écart-réduit.

Question n°14

A Faux

On compare deux proportions sur des échantillons indépendants.

Pour pouvoir vérifier les conditions de validité du test, on calcule la proportion commune p à l'aide du formulaire :

$$p = \frac{n_A p_A + n_B p_B}{n_A + n_B} = \frac{4 + 8}{100 + 100} = \frac{12}{200} = 0,06$$

$$n_A p = 100 \times 0,06 = 6 \geq 5$$

B Faux C Vrai

On calcule le paramètre du test à l'aide du formulaire :

$$z = \frac{p_A - p_B}{\sqrt{p(1-p) \left(\frac{1}{n_A} + \frac{1}{n_B} \right)}} = \frac{0,08 - 0,04}{\sqrt{0,06 \times (1 - 0,06) \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100} \right)}} = 1,19$$

$|z| < 1,96$, on ne rejette pas l'hypothèse nulle au risque 5%, mais on a pu commettre une erreur de type II.

D Vrai E Faux

On centre et on réduit la loi :

$$P(X > 80) = P\left(Z > \frac{80 - \mu}{\sigma} = \frac{80 - 100}{10} = -2 = -x_\beta\right) = 1 - \beta$$

A l'aide la table 2b, on a $x_\beta = 2$ qui correspond à $\beta = 0,023$, on en déduit :

$$P(X > 80) = 1 - 0,023 = 97,7\%$$

Question n°15

A Vrai

On compare les répartitions des différents âges selon 2 status. On réalise un test du χ^2 .

B Faux

On construit le tableau des effectifs observés et attendus en utilisant :

$$c_{ij} = \frac{m_j \times n_i}{N}$$

avec m_j l'effectif de la ligne j , n_i l'effectif de la colonne i et N l'effectif total

Les effectifs attendus sont notés entre parenthèses.

	Age < 50 ans	50 < Age < 70	Age > 70 ans	Total
Protégé	195 (190)	190 (190)	185 (190)	570
Non Protégé	5 (10)	10 (10)	15 (10)	30
Total	200	200	200	600

Les conditions de validité sont respectées : $c_{ij} \geq 5$.

$$ddl = (l - 1)(c - 1) = (2 - 1)(3 - 1) = 2$$

C Vrai

Sous H_0 :

$$c_{NP} = \frac{200 \times 30}{600} = 10$$

D Faux E Vrai

On lit la valeur seuil 5,991 dans la table 3 pour $\alpha = 0,05$ et $ddl = 2$.

$$K = 5,3 < 5,991$$

On ne rejette pas l'hypothèse nulle au risque 5%.