

NOM: Falconnier MyriamClasse: TG4

Exercice 2

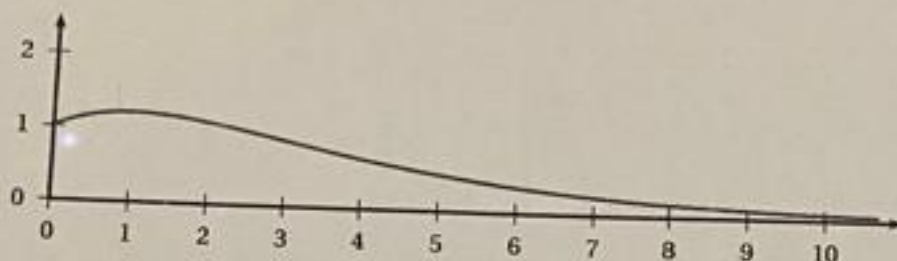
6 points

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par

$$f(x) = (ax + b)e^{-\frac{1}{2}x},$$

où a et b désignent deux nombres réels. On admet que cette fonction est deux fois dérivable sur l'intervalle $[0; +\infty[$ et on note f' sa fonction dérivée. Sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$ est tracée ci-dessous.



Elle coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 1 et admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1.

1. Donner les valeurs de $f(0)$ et $f'(1)$.
2. Démontrer que, pour tout réel positif x , $f'(x) = (-\frac{1}{2}ax - \frac{1}{2}b + a)e^{-\frac{1}{2}x}$.
3. Déterminer les valeurs de a et b .

Partie B

Pour la suite de l'exercice, on admet que la fonction f est définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$f(x) = (x + 1)e^{-\frac{1}{2}x}.$$

1. a. Justifier que, pour tout réel x positif, $f(x) = 2\left(\frac{\frac{1}{2}x}{e^{\frac{1}{2}x}}\right) + e^{-\frac{1}{2}x}$.
b. Calculer la limite de la fonction f en $+\infty$.
c. La courbe $\mathcal{C}_f$ admet-elle une asymptote? Justifier la réponse.
2. Étudier les variations de la fonction f sur $[0; +\infty[$ et construire son tableau de variations.

Partie C

1. Montrer que pour tout x réel positif, $f''(x) = \left(\frac{1}{4}x - \frac{3}{4}\right)e^{-\frac{1}{2}x}$.
2. Étudier la convexité de f .
3. Donner le nombre de points d'inflexion de la courbe $\mathcal{C}_f$ et leurs abscisses.

NOM: Fauconnier Hyiam

Classe: TG4

EXERCICE 3

4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chacune des questions suivantes, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point. Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

1. Soient k un réel et A, B, C trois points non alignés de l'espace. On définit les points D et E par :

$$\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}.$$

Les points A, D et E sont alignés pour :

a. $k = -\frac{1}{3}$

b. $k = 2$

c. $k = -\frac{4}{3}$

d. $k = -\frac{3}{4}$

2. On considère le parallélépipède rectangle ci-contre.

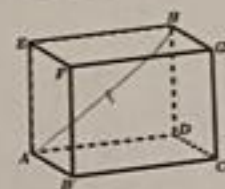
Dans le repère $(B; \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BF})$, les coordonnées du milieu de $[AH]$ sont :

a. $(1; 0, 5; 0, 5)$

b. $(0; -0, 5; -0, 5)$

c. $(0; -0, 5; 0, 5)$

d. $(1; -0, 5; -0, 5)$



3. Dans le tétraèdre $SABC$, I et J sont les milieux respectifs des segments $[AS]$ et $[BC]$.

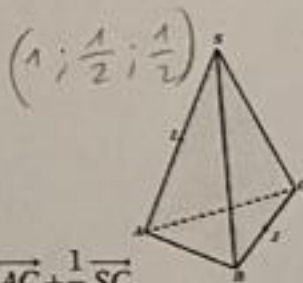
Le vecteur $\overrightarrow{IJ}$ est égal à :

a. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{SC}$

b. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SC}$

c. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SC}$

d. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SC}$



4. Dans l'espace muni d'un repère on considère les points :

$A(2; 1; 5),$

$B(4; 2; 4),$

$C(3; 3; 5)$

et $D(0; 3; 7).$

Les droites (AB) et (CD) sont :

a. strictement parallèles

b. confondues

c. sécantes

d. non coplanaires

EXERCICE 4

On considère la suite numérique (v_n) définie par $v_0 = 0$ et pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = \frac{9}{6-v_n}$. 5 points

Partie A

1. Soit f la fonction telle que pour tout entier naturel n , $v_{n+1} = f(v_n)$.
 - a. Déterminer le sens de variation de f sur $[0;3]$.
 - b. On donne en annexe la courbe représentative de la fonction f et la droite d'équation $y = x$. Placer sur l'axe des abscisses par construction géométrique les termes v_1, v_2, v_3 et v_4 sur l'annexe, à rendre avec la copie.
 - c. Quelle conjecture peut-on formuler sur le sens de variation et le comportement de la suite (v_n) quand n tend vers l'infini? *aucun calcul: lire*
2. a. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $0 \leq v_n \leq 3$.
 b. Démontrer que pour tout entier naturel n , $v_{n+1} - v_n = \frac{(3-v_n)^2}{6-v_n}$. La suite (v_n) est-elle monotone?
 c. On admet que la suite (v_n) est convergente. Justifier que sa limite l vérifie $l = \frac{9}{6-l}$ puis déterminer la valeur de l .

Partie B

On considère la suite (w_n) définie pour tout n entier naturel par $w_n = \frac{1}{v_n - 3}$.

1. Démontrer que (w_n) est une suite arithmétique de raison $-\frac{1}{3}$.
2. En déduire l'expression de (w_n) , puis celle de (v_n) en fonction de n .

$w_{n+1} = l + w_n$
 $w_{n+1} - w_n = l$ } arithmétique
 $h_n = \dots = 9 \times h_m$ } géométrique
 ne pas mettre son fin car 40

Partie C

1. Expliquer ce que calcule l'algorithme ci-contre et pourquoi il est assuré de s'arrêter.
2. Donner le résultat obtenu en détaillant votre méthode.

$v=0$
 $n=0$
 tant que
while $3-v > 0.1$; condition
 $v = 9/(6-v)$
 $n = n+1$
return n
 quand on sort de la condition
 n est la plus petite valeur de n pour laquelle $3-v \leq 0.1$

$3-v \leq 0.1$
 à connaître for, in Range, while
 boucle répétée
 for, in Range, while
 condition
 boucle infinie

on cherche une série
 $\rightarrow 11257$
 $\rightarrow$