

EXERCICE N° 1 : (3 pts)

Résoudre l'équation bicarrée : $x^4 - 4x^2 - 5 = 0$

EXERCICE N° 2 : (4 pts)

Soit un rectangle de 20 cm de périmètre, déterminer les dimensions de ce rectangle pour que son aire soit maximale. (On exprimera le périmètre $\mathfrak{P}$ et l'aire $\mathfrak{A}$ du rectangle en fonction de l , la largeur, et de L , la longueur. Grâce à une substitution, on exprimera l'aire $\mathfrak{A}$ comme une fonction uniquement de l et on répondra alors à la question posée).

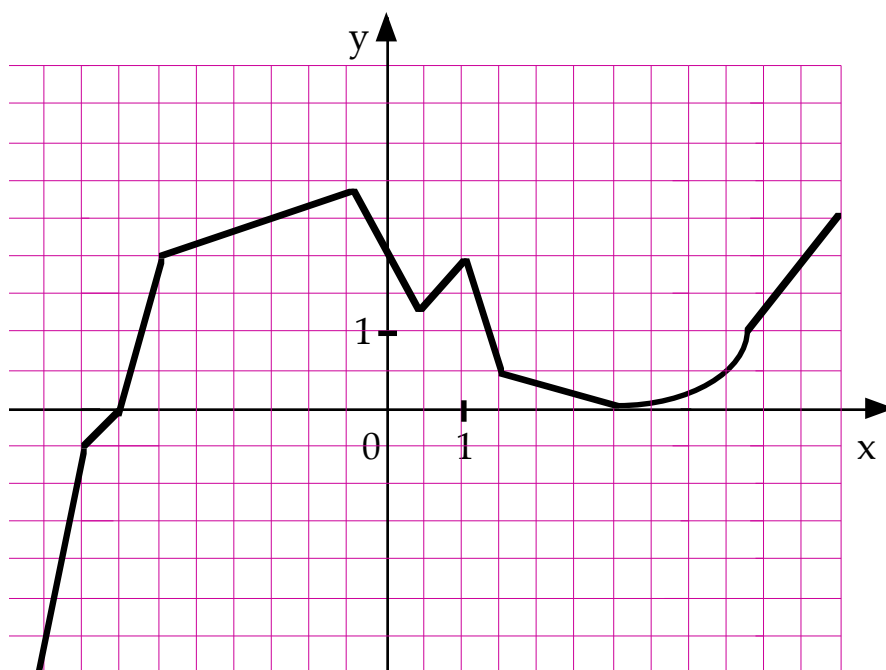
EXERCICE N° 3 : (4 pts)

On considère la fonction f donnée par sa courbe représentative ci-après.

a) Résoudre graphiquement : $f(x) = 2$

b) Résoudre graphiquement : $f(x) > -\frac{2}{3}x + \frac{3}{2}$

c) Tracer en vert une esquisse de la courbe représentative $h : x \mapsto \frac{1}{f(x)}$



EXERCICE N° 4 : (14 pts)

Soit (ζ) la courbe représentative de la fonction f définie par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x - 10}{2x + 4}$$

a) Déterminer le domaine de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction f .

b) Déterminer les trois réels a , b et c tels que, pour tout x de $\mathcal{D}_f$, on ait :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}.$$

c) En déduire que la droite oblique (Σ) d'équation $y = \frac{1}{2}x - 3$ est asymptote à la courbe (ζ) . Étudier alors la position relative de (ζ) et (Σ) .

d) Montrer que le point Ω de coordonnées $(-2 ; -4)$ est centre de symétrie à la courbe (ζ) .

e) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x > -2}} f(x)$.

En utilisant la question précédente, en déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow -2 \\ x < -2}} f(x)$.

f) Définir le domaine de dérivabilité de f et montrer que $f'(x) = \frac{2x^2 + 8x + 4}{(2x + 4)^2}$.

En déduire les variations de f .

g) Dresser le tableau complet des variations de la fonction f .

h) Démontrer que sur l'intervalle $]-2 + \sqrt{2} ; +\infty[$, l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique β .

Grâce à une calculatrice, donner un encadrement de la valeur de β à 10^{-2} près.

i) Montrer que l'équation réduite de la tangente $(\mathcal{T})$ à la courbe (ζ) au point d'abscisse -1 s'écrit $y = -\frac{1}{2}x - 3$.

j) Étudier la position de la courbe (ζ) par rapport à sa tangente $(\mathcal{T})$.

k) Sur la dernière feuille du sujet, représenter dans un repère orthonormé (*Échelle : 1 cm pour 1 unité*) (ζ) , (Σ) , $(\mathcal{T})$ et placer graphiquement β .

EXERCICE N° 5 : (4 pts)

Calculez les limites suivantes :

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^3 - 13}{2x^3 - 4x^2 - 5x + 6} ; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5x - 1}{7x^3 - 2x^2 + 4} ;$$

$$\text{c) } \lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-7x^6 - 4x^4 - 1}{x^5 + 2x^3 + 5x} ;$$

Qu'en déduisez-vous graphiquement pour ces différentes fonctions ?

