

Les antécédents de 0 par f sont $\frac{5}{4}$ et $-\frac{7}{4}$, donc les deux points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses ont donc pour abscisses $\frac{5}{4}$ et $-\frac{7}{4}$.

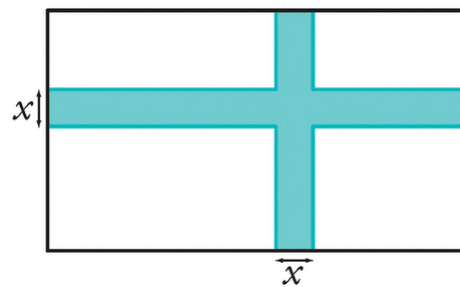
- $f(x) = g(x)$ équivaut à $16x^2 + 8x + 35 = 8x$
Donc $f(x) = g(x)$ é.à. $16x^2 = 35$ é.à. $x^2 = \frac{35}{16}$ é.à. $x = \sqrt{\frac{35}{16}}$ ou $x = -\sqrt{\frac{35}{16}}$.
Les deux points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec $\mathcal{C}_g$ ont donc pour abscisses $\sqrt{\frac{35}{16}}$ et $-\sqrt{\frac{35}{16}}$.
- $f(0) = 16 \times 0^2 + 8 \times 0 - 35 = -35$. L'image de 0 par f est -35 donc le point d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des ordonnées a pour ordonnée -35 .

Exercice 3 (3 points)

On considère un rectangle de longueur 7 dm et de largeur 5 dm. On trace à l'intérieur de celui-ci une croix de largeur x dm variable comme indiqué ci-contre.

On définit la fonction S qui à x associe l'aire de la croix grisée en dm^2 (autrement dit $S(x)$ représente l'aire de la croix).

- 1) A quel intervalle x appartient-il ?
- 2) Quelle est l'image de 1 par la fonction S ?
- 3) Donner l'expression de $S(x)$ en fonction de x .



Question bonus : Quelle doit être la valeur de x pour que l'aire de la croix grisée soit de $5,75 \text{ dm}^2$? *Indication : on pourra développer $(x - 0,5)(11,5 - x)$.*

Voir le corrigé fait en classe.

Exercice 4 (8 points)

Une société loue des photocopieuses de deux marques différentes à différents lycées de la région. Le directeur de la société a relevé le nombre de pannes qui ont nécessité l'intervention d'un technicien sur chaque marque de photocopieuses.

Les résultats sont consignés ci-dessous.

Nb. d'interventions	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Marque A	4	5	8	8	6	3	0	1	0
Marque B	2	4	7	6	8	5	4	1	2

Par exemple, il y a 4 photocopieuses de marque A et deux photocopieuses de marque B qui n'ont nécessité aucune intervention ; aucune photocopieuse de marque A n'a nécessité 8 interventions alors que 2 photocopieuses de marque B ont nécessité 8 interventions.

Dans les questions suivantes, on arrondira si besoin les résultats au dixième près.

- 1) Calculer à la calculatrice le nombre moyen d'interventions pour chaque marque de photocopieuses, puis donner les écart-types de chaque série. (Aucune justification des résultats n'est demandée.)

On utilise le mode stats de la calculatrice.

Pour la marque A : la moyenne est de 2,6 interventions par machine et l'écart-type est d'environ 1,6.

Pour la marque B : la moyenne est d'environ 3,6 interventions par machine et l'écart-type est d'environ 2.

- 2) Donner la médiane et l'écart interquartile de la série A (aucune justification n'est demandée). Interpréter la médiane à l'aide d'une phrase dans le contexte de l'exercice.

La médiane est de 3 interventions pour les machines de la marque A. Cela signifie que la moitié (au moins) des machines de marque A ont nécessité 3 intervention ou moins, et la moitié (au moins) des machines de marque A ont nécessité 3 interventions ou plus.

A l'aide de la calculatrice on obtient $Q_1 = 1$ et $Q_3 = 4$: l'écart interquartile est donc de 3.

On admet que pour la marque B : $Med = 4$, $Q_1 = 2$ et $Q_3 = 5$.

- 3) Pour quelle marque le nombre d'interventions est-il le plus homogène ? Justifier avec les bons indicateurs statistiques.

L'écart-type pour les machines de marque A est plus faible que celui des machines de marque B : c'est donc pour la marque A que le nombre d'interventions est le plus homogène.

- 4) Quel est le nombre moyen d'interventions sur l'ensemble des deux photocopieuses ?

$\bar{x} = \frac{2,6 \times 35 + 3,6 \times 39}{35 + 39} \approx 3,1$. Le nombre moyen d'interventions sur l'ensemble des deux machines est d'environ 3,1.

Le directeur de la société se rend compte qu'il s'est trompé dans ses relevés :

- une des photocopieuses de marque A n'a pas nécessité 7 interventions mais 8 ;
 - il a oublié 2 interventions pour chacune des photocopieuses de la marque B.
- 5) Sans faire de nouveaux calculs, indiquer quels sont les indicateurs statistiques qui seront modifiés pour la marque A en précisant s'ils vont augmenter ou diminuer.

La moyenne et l'écart-type pour la série A vont augmenter (l'étendue va également augmenter, la médiane et les quartiles ne vont pas être changés).

6) Calculer la nouvelle moyenne du nombre d'interventions pour la marque B.

D'après la linéarité de la moyenne, la nouvelle moyenne du nombre d'interventions pour la marque B est égale à $3,6 + 2$, c'est-à-dire $5,6$.

Question bonus : Démontrer à l'exercice 2 qu'on a aussi $f(x) = (4x - 5)(4x + 7)$.

Pour tout réel x , $(4x - 5)(4x + 7) = 16x^2 + 28x - 20x - 35 = 16x^2 + 8x - 35$.

On retrouve l'expression développée de $f(x)$.

On a donc bien $f(x) = (4x - 5)(4x + 7)$.

Autre raisonnement possible :

Pour tout réel x , $f(x) = (4x + 1)^2 - 36 = (4x + 1)^2 - 6^2 = (4x + 1 - 6)(4x + 1 + 6)$
(identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$).

On a donc bien $f(x) = (4x - 5)(4x + 7)$.

Devoir en classe n°3 - B

Exercice 1 (2 points)

Factoriser les expressions suivantes (les calculs intermédiaires ne sont pas obligatoires)

1) $49x^2 - 16$

2) $4x^2 - 20x + 25$

1) $49x^2 - 16 = (7x - 4)(7x + 4)$

(identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ avec $a = 7x$ et $b = 4$).

2) $4x^2 - 20x + 25 = (2x - 5)^2$

(identité remarquable $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$ avec $a = 2x$ et $b = 5$).

Exercice 2 (7 points)

On appelle f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (3x + 1)^2 - 49$, et on note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère.

On appelle g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 6x$, et on note $\mathcal{C}_g$ sa courbe représentative dans le même repère.

- 1) Démontrer que l'on a aussi pour tout réel x :

$$f(x) = 9x^2 + 6x - 48$$

Pour tout réel x , $f(x) = (3x + 1)^2 - 49 = 9x^2 + 6x + 1 - 49 = 9x^2 + 6x - 48$.

On admet que l'on a aussi $f(x) = (3x - 6)(3x + 8)$.

- 2) Relier chaque question de la première colonne au raisonnement calculatoire correspondant de la deuxième colonne.

Quelle est l'ordonnée du point d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des ordonnées ? • Calculer l'image de 0 par f .

Quelles sont les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses ? • Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.

Quelles sont les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$? • Déterminer les antécédents de 0 par f .

- "Quelle est l'ordonnée du point d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des ordonnées" correspond à "Calculer l'image de 0 par f ".
- "Quelles sont les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ " correspond à "Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$ ".
- "Quelles sont les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses ?" correspond à "Déterminer les antécédents de 0 par f ".

- 3) Répondre aux questions précédentes (on choisira l'expression de $f(x)$ la plus pertinente pour chaque question).

- $f(0) = 9 \times 0^2 + 6 \times 0 - 48 = -48$. L'image de 0 par f est -48 donc le point d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des ordonnées a pour ordonnée -48 .

- $f(x) = 0$ équivaut à $(3x - 6)(3x + 8) = 0$ é.à. $3x - 6 = 0$ ou $3x + 8 = 0$

Donc $f(x) = 0$ é.à. $x = \frac{6}{3} = 2$ ou $x = -\frac{8}{3}$.

Les antécédents de 0 par f sont 2 et $-\frac{8}{3}$, donc les deux points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec l'axe des abscisses ont donc pour abscisses 2 et $-\frac{8}{3}$.

- $f(x) = g(x)$ équivaut à $9x^2 + 6x - 48 = 6x$

Donc $f(x) = g(x)$ é.à. $9x^2 = 48$ é.à. $x^2 = \frac{48}{9} = \frac{16}{3}$ é.à. $x = \sqrt{\frac{16}{3}}$ ou $x = -\sqrt{\frac{16}{3}}$.

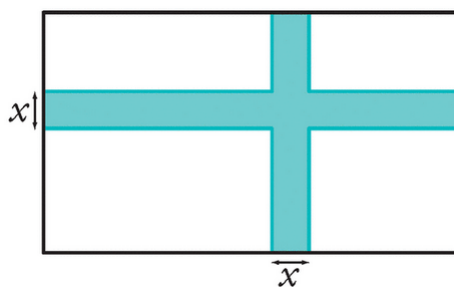
Les deux points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec $\mathcal{C}_g$ ont donc pour abscisses $\sqrt{\frac{16}{3}}$ et $-\sqrt{\frac{16}{3}}$.

Exercice 3 (3 points)

On considère un rectangle de longueur 7 dm et de largeur 5 dm. On trace à l'intérieur de celui-ci une croix de largeur x dm variable comme indiqué ci-contre.

On définit la fonction S qui à x associe l'aire de la croix grisée en dm^2 (autrement dit $S(x)$ représente l'aire de la croix).

- 1) A quel intervalle x appartient-il ?
- 2) Quelle est l'image de 1 par la fonction S ?
- 3) Donner l'expression de $S(x)$ en fonction de x .



Question bonus : Quelle doit être la valeur de x pour que l'aire de la croix grisée soit de $5,75 \text{ dm}^2$? *Indication : on pourra développer $(x - 0,5)(11,5 - x)$.* Voir le corrigé fait en classe.

Exercice 4 (8 points)

Une société loue des photocopieuses de deux marques différentes à différents lycées de la région. Le directeur de la société a relevé le nombre de pannes qui ont nécessité l'intervention d'un technicien sur chaque marque de photocopieuses.

Les résultats sont consignés ci-dessous.

Nb. d'interventions	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Marque A	4	3	5	7	7	8	0	1	0
Marque B	2	3	5	3	6	9	6	3	2

Par exemple, il y a 4 photocopieuses de marque A et deux photocopieuses de marque B qui n'ont nécessité aucune intervention ; aucune photocopieuse de marque A n'a nécessité 8 interventions alors que 2 photocopieuses de marque B ont nécessité 8 interventions.

Dans les questions suivantes, on arrondira si besoin les résultats au dixième près.

- 1) Calculer à la calculatrice le nombre moyen d'interventions pour chaque marque de photocopieuses, puis donner les écart-types de chaque série. (Aucune justification des résultats n'est demandée.)

On utilise le mode stats de la calculatrice.

Pour la marque A : la moyenne est d'environ 3,1 interventions par machine et l'écart-type est d'environ 1,8.

Pour la marque B : la moyenne est d'environ 4,2 interventions par machine et l'écart-type est d'environ 2,1.

- 2) Donner la médiane et l'écart interquartile de la série correspondant à la marque A (aucune justification n'est demandée). Interpréter la médiane à l'aide d'une phrase dans le contexte de l'exercice.

La médiane est de 3 interventions pour les machines de la marque A. Cela signifie que la moitié (au moins) des machines de marque A ont nécessité 3 intervention ou moins, et la moitié (au moins) des machines de marque A ont nécessité 3 interventions ou plus.

A l'aide de la calculatrice on obtient $Q_1 = 2$ et $Q_3 = 5$: l'écart interquartile est donc de 4.

On admet que pour la marque B : $Med = 5$, $Q_1 = 2$ et $Q_3 = 6$.

- 3) Pour quelle marque le nombre d'interventions est-il le plus hétérogène ? Justifier avec les bons indicateurs statistiques.

L'écart-type pour les machines de marque A est plus faible que celui des machines de marque B (de même que l'écart interquartile) : c'est donc pour la marque B que le nombre d'interventions est le plus hétérogène.

- 4) Quel est le nombre moyen d'interventions sur l'ensemble des deux photocopieuses ? $\bar{x} = \frac{3,1 \times 35 + 4,2 \times 39}{35 + 39} \approx 3,6$. Le nombre moyen d'interventions sur l'ensemble des deux machines est d'environ 3,6.

Le directeur de la société se rend compte qu'il s'est trompé dans ses relevés :

- il a oublié 1 intervention pour chacune des photocopieuses de la marque A ;
- une des photocopieuses de marque B n'a pas nécessité 1 intervention mais en fait aucune.

- 5) Calculer la nouvelle moyenne du nombre d'interventions pour la marque A.

D'après la linéarité de la moyenne, la nouvelle moyenne du nombre d'interventions pour la marque A est égale à $3,1 + 1$, c'est-à-dire 4,1.

- 6) Sans faire de nouveaux calculs, indiquer quels sont les indicateurs statistiques qui seront modifiés pour la marque B en précisant s'ils vont augmenter ou diminuer.

La moyenne et l'écart-type pour la série B vont changer : la moyenne va diminuer et l'écart-type va augmenter (l'étendue va également augmenter, la médiane et les quartiles ne vont pas être changés).

Question bonus : Démontrer à l'exercice 2 qu'on a aussi $f(x) = (3x - 6)(3x + 8)$.

Pour tout réel x , $(3x - 6)(3x + 8) = 9x^2 + 24x - 18x - 48 = 9x^2 + 6x - 48$.

On retrouve l'expression développée de $f(x)$.

On a donc bien $f(x) = (3x - 6)(3x + 8)$.

Autre raisonnement possible :

Pour tout réel x , $f(x) = (3x + 1)^2 - 49 = (3x + 1)^2 - 7^2 = (3x + 1 - 7)(3x + 1 + 7)$
(identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$).

On a donc bien $f(x) = (3x - 6)(3x + 8)$.