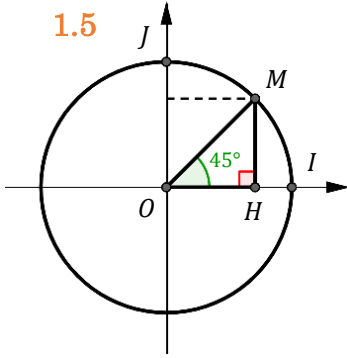


Correction – Interrogation n°3

• Calcul de $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$: 0.5 + 0.5

On note M le point-image de $\frac{\pi}{4}$, et H le projeté orthogonal de M sur la droite (OI) .

1.5



Montrons d'abord que le triangle OMH est isocèle :

L'angle $\widehat{HOM}$ vaut 45° . Or, $\widehat{HOM} + \widehat{OMH} + \widehat{MHO} = 180^\circ$

donc $\widehat{OMH} = 180 - 90 - 45 = 45^\circ$. Ainsi, $\widehat{HOM} = \widehat{OMH}$.

Le triangle OMH est donc isocèle en H .

On en déduit que $OH = HM$. Autrement dit, $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

De plus, comme $\cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$, on a donc $2\cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$,

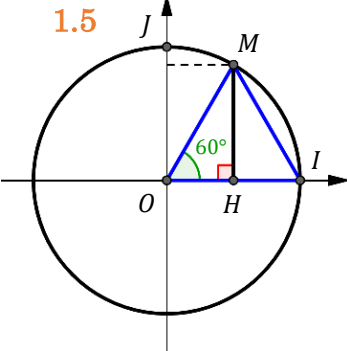
c'est-à-dire $\cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$. Comme $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) > 0$, on conclut que :

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{4}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad 1$$

• Calcul de $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$: 0.5 + 0.5

On note M le point-image de $\frac{\pi}{3}$, et H le projeté orthogonal de M sur la droite (OI) .

1.5



Montrons d'abord que le triangle OMI est équilatéral :

Comme $OM = OI = 1$, le triangle OMI est isocèle en O .

Donc $\widehat{OMI} = \widehat{MIO}$. Or, $\widehat{IOM} + \widehat{OMI} + \widehat{MIO} = 180^\circ$ et $\widehat{IOM} = 60^\circ$.

On obtient $60 + \widehat{MIO} + \widehat{MIO} = 180$, puis $\widehat{MIO} = \frac{180 - 60}{2} = 60^\circ$.

Ainsi, $\widehat{OMI} = \widehat{MIO} = \widehat{IOM} = 60^\circ$ donc le triangle OMI est équilatéral.

Or, dans un triangle équilatéral, la hauteur et la médiane sont confondues, donc H est le milieu de $[OI]$.

Ainsi, $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = OH = \frac{OI}{2} = \frac{1}{2}$.

De plus, $\cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$, donc $\sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$.

Comme $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) > 0$, on conclut que $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.