

TD : limites de suites

Dans les exercices suivants, déterminer la limite de la suite (u_n) en utilisant les opérations sur les limites.

Exercice 1

$$1) u_n = \frac{2n+5}{3n-2} \qquad 2) u_n = \frac{n}{4} - 2 + \frac{2n}{n^2+5} \qquad 3) u_n = \frac{-3n^2+2n+1}{2(n+1)^2}$$

Exercice 2

$$1) u_n = \frac{10n-3}{n^2-2} \qquad 2) u_n = \frac{2n^2-1}{3n+2} \qquad 3) u_n = \frac{3n^2-4}{n+1} - 3n$$

Exercice 3

$$1) u_n = \frac{\sqrt{n+2}}{n+2} \qquad 2) u_n = \frac{n\sqrt{n}+n}{n-2}$$

Exercice 4

$$a) u_n = \frac{\cos(2n)}{\sqrt{n}}, n \in \mathbb{N}^* \qquad b) v_n = n + 1 - \cos n$$

Exercice 5

Déterminer la limite de la suite (u_n) tel que : $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n}$

Exercice 6

La suite (u_n) est définie pour $n \geq 1$ par : $u_n = \frac{n}{n^2+1} + \frac{n}{n^2+2} + \dots + \frac{n}{n^2+n}$

- Calculer u_1, u_2 et u_3
- Écrire un algorithme qui donne u_n , n étant donné. Donner alors u_{10}, u_{20} et u_{50} . Que peut-on conjecturer quant à la limite de (u_n) ?
- Démontrer que pour $n \geq 1$: $\frac{n^2}{n^2+n} \leq u_n \leq \frac{n^2}{n^2+1}$
- En déduire la convergence et la limite de la suite (u_n) .

Exercice 7

Soit la suite (u) définie par : $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n - 2$

Soit la suite (v_n) telle que : $v_n = u_n + 3$.

- Démontrer que la suite (v_n) est géométrique.
 - Calculer v_n puis u_n en fonction de n
- On note $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ et $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
 - Calculer S_n et S'_n en fonction de n .
 - En déduire les limites des suites (S_n) et (S'_n)