

EXERCICE 1

(5 points)

Un artisan fabrique des boîtes à bijoux en bois. Il peut en fabriquer jusqu'à 150 par mois. On suppose que toute la production est vendue, et chaque boîte est vendue 50 euros.

Le coût de fabrication en euros de x boîtes est donné par la fonction f définie par : $f(x) = 0,23x^2 + 4x + 300$.

1. Quel est le coût de fabrication de 20 boîtes ?
2. On note $R(x)$ la recette, en euros, engendrée par la vente de x boîtes. Exprimer $R(x)$ en fonction de x .
3. Montrer que le bénéfice, en euros, engendré par la vente de x boîtes est donné par la fonction B définie sur $[0; 150]$ par $B(x) = -0,23x^2 + 46x - 300$.
4. Quel est le bénéfice réalisé pour la vente de 20 boîtes ?
5. a) Ecrire $B(x)$ sous forme canonique.
b) Donner les variations de B sur $[0; 150]$.
c) Quel est le bénéfice maximal de l'artisan ? Pour combien de boîtes est-il obtenu ?
6. Déterminer le nombre de boîtes à produire et vendre pour obtenir un bénéfice de 1425 euros.
7. Combien de boîtes l'artisan doit-il fabriquer et vendre pour être rentable ?

EXERCICE 2

(2,5 points)

Résoudre $\frac{-6x^2 - 10x + 3}{x - 4} \geq 3$

EXERCICE 3

(3 points)

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on note $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 - 2x + 6$ et $g(x) = 4x^2 + 3x$.

1. Déterminer, s'ils existent, les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_g$ et de l'axe des abscisses.
2. Déterminer, s'ils existent, les coordonnées des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}_f$ et de l'axe des ordonnées.
3. Etudier les positions relatives des deux courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ et préciser, s'il y en a, les coordonnées des points d'intersection des deux courbes.

EXERCICE 4

(3,5 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = (m + 5)x^2 + 2(3m - 1)x + (m + 5)$, où m est un réel.

1. Déterminer l'ensemble $\mathcal{D}$ des valeurs de m tel que f soit un polynôme du 2nd degré.
Pour la suite de l'exercice, on considère que $m \in \mathcal{D}$.
2. Pour quelle(s) valeur(s) de m la fonction f admet-elle une racine double ? Quelle est alors la valeur de cette racine ?
3. Pour quelle(s) valeur(s) de m la fonction f admet-elle deux racines distinctes ?
4. Pour quelle(s) valeur(s) de m la somme des racines de la fonction f est-elle égale à $-\frac{14}{5}$?

EXERCICE 5

(3 points)

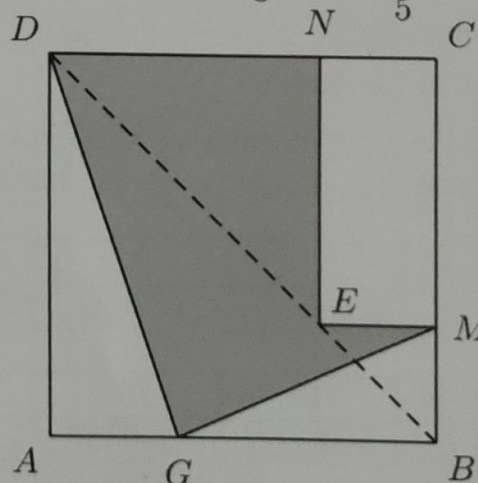
On considère un carré $ABCD$ de côté 6 cm et E un point de la diagonale $[BD]$.

G est un point de $[AB]$ tel que $AG = 2$ cm.

M et N sont les projetés orthogonaux de E respectivement sur $[BC]$ et sur $[CD]$.

On pose $EM = x$.

Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire de $DNEMG$ est-elle supérieure à la moitié de celle du carré $ABCD$?



EXERCICE 6

(3 points)

Déterminer la fonction polynôme du second degré f telle que : $f(0) = 6$, $f(-6) = 190$ et $f(3) = 49$?

EXERCICE 7

(3 points)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n^2 - 2u_n + 3$.

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. On pose $P(x) = x^2 - 3x + 3$. Déterminer le signe de $P(x)$ pour tout réel x .
3. Exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de u_n .
4. Dédire des questions précédentes les variations de la suite (u_n) .

EXERCICE 8

(3,5 points)

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par : $u_n = \frac{3^n}{2^n(n^2 + 2)}$

1. À l'aide de la calculatrice, conjecturer que (u_n) est monotone à partir d'un rang que l'on déterminera.
2. Justifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 0$.
3. a) Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{3(n^2 + 2)}{2((n+1)^2 + 2)}$
 b) En déduire que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{u_{n+1}}{u_n} - 1 = \frac{n(n-4)}{2((n+1)^2 + 2)}$.
4. La conjecture faite en question 1 est-elle vérifiée ? Justifier soigneusement.

EXERCICE 9

(2,5 points)

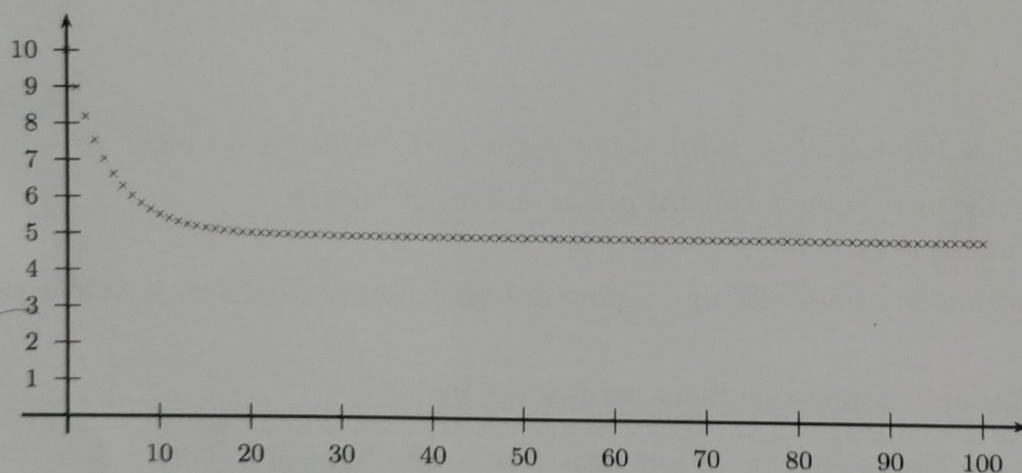
On administre à un patient un médicament par injection intraveineuse. La première injection est de 10 mL, puis toutes les heures on lui en injecte 1 mL. On étudie l'évolution de la quantité de médicament présente dans le sang en prenant le modèle suivant :

- on estime que 20% de la quantité de médicament présente dans le sang est éliminée chaque heure ;
- pour tout entier naturel n , on note U_n la quantité de médicament en mL présente dans le sang au bout de n heures.

Ainsi, $U_0 = 10$.

1. Justifier que $U_1 = 9$.
2. Exprimer, pour tout entier n , U_{n+1} en fonction de U_n .

On donne ci-dessous la représentation graphique de la suite (U_n) :



On considère la fonction Python ci-dessous :

```
def medoc():
    U=10
    n=0
    while U>5.1:
        U=0.8*U+1
        n=n+1
    return(n)
```

3. Conjecturer la limite de la suite (U_n) .
4. À quoi sert la fonction en Python ?
5. À l'aide de l'extrait du tableau de valeurs de la suite (U_n) donné ci-dessous, donner la valeur de n à l'issue de l'appel de `medoc()` dans la console. Justifier la réponse.

n	8	9	10	11	12	13	14
U_n	5,838861	5,671089	5,536871	5,429497	5,343597	5,274878	5,219902

n	15	16	17	18	19	20	21
U_n	5,175922	5,140737	5,11259	5,090072	5,072058	5,057646	5,046117

n	22	23	24	25	26	27	28
U_n	5,036893	5,029515	5,023612	5,018889	5,015112	5,012089	5,009671