

EXERCICE 1 Newton au centre du gâteau!

Soit la suite (T_n) définie par : $T_0 = 180$ et, pour tout entier naturel n , $T_{n+1} = 0,955T_n + 0,9$.

1.
 - a. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $T_n \geq 20$.
 - b. Vérifier que pour tout entier naturel n , $T_{n+1} - T_n = -0,045(T_n - 20)$.
En déduire le sens de variation de la suite (T_n) .
2. Pour tout entier naturel n , on pose : $u_n = T_n - 20$.
 - a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
 - b. En déduire l'expression de T_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .
 - c. Calculer la limite de la suite (T_n) .
 - d. A l'aide de la calculatrice, déterminer le rang n à partir duquel on a : $T_n \leq 120$.
3. Dans cette partie, on s'intéresse à l'évolution de la température au centre d'un gâteau après sa sortie du four. On considère qu'à la sortie du four, la température au centre du gâteau est de 180°C et celle de l'air ambiant de 20°C . La loi de refroidissement de Newton permet de modéliser la température au centre du gâteau par la suite (T_n) . T_n représente la température au centre du gâteau, exprimée en degré Celsius, n minutes après sa sortie du four.
 - a. Expliquer pourquoi la limite de la suite (T_n) déterminée à la question 2. c. était prévisible dans le contexte de l'exercice.
 - b. On considère la fonction Python ci-dessous :

```
def temp(x) :
    T = 180
    n = .....
    while T.....
        T=.....
        n=.....
    return .....
```

Compléter ce programme pour que cette fonction renvoie le temps nécessaire, en minutes, à partir de sa sortie du four, pour que la température du gâteau devienne inférieure ou égale à $x^\circ \text{C}$.
Donner le résultat obtenu en exécutant la commande `temp(120)`.

EXERCICE 2 n° 131 p 81

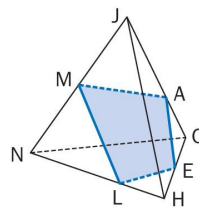
131 TICE A(2 ; 3 ; -1), B(-2 ; 5 ; 4), C(5 ; 1 ; 6) et D(2 ; 1 ; 4) sont des points de l'espace muni d'un repère.

- a. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?
- b. Les droites (AB) et (CD) sont-elles sécantes ?
- c. Représenter les droites (AB) et (CD) à l'aide d'un logiciel de géométrie et vérifier les réponses précédentes.

EXERCICE 3 n° 132 p 81

132 JOHN est un tétraèdre. Les points M et E sont les milieux respectifs des arêtes [JN] et [OH], et les points A et L sont définis par $\vec{JA} = \frac{2}{3}\vec{JO}$ et $\vec{NL} = \frac{2}{3}\vec{NH}$.

- Démontrer que M, A, E et L sont coplanaires.

**EXERCICE 4 Vrai ou Faux? Justifier chaque réponse**

1. **Affirmation 1 :** Pour tout réel x : $1 - \frac{1 - e^x}{1 + e^x} = \frac{2}{1 + e^{-x}}$.
2. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$.
Affirmation 2 : L'équation $g(x) = \frac{1}{2}$ admet une unique solution dans $\mathbb{R}$.
3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 e^{-x}$ et on note $\mathcal{C}$ sa courbe dans un repère orthonormé.
Affirmation 3 : L'axe des abscisses est tangent à la courbe $\mathcal{C}$ en un seul point.
4. On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = e^x (1 - x^2)$.
Affirmation 4 : Dans le plan muni d'un repère orthonormé, la courbe représentative de la fonction h n'admet pas de point d'inflexion.
5. **Affirmation 5 :** Pour tout réel x , $1 + e^{2x} \geq 2e^x$.