

Devoir 3**Exercice 1 :**

La médiathèque d'une petite ville a ouvert ses portes le 2 janvier 2019 et a enregistré 2500 inscriptions cette année-là. Ses responsables estiment que, chaque année, 80 % des anciens inscrits renouvelleront leur inscription l'année suivante, et qu'il y aura 400 nouveaux adhérents.

On modélise cette situation par une suite (a_n) .

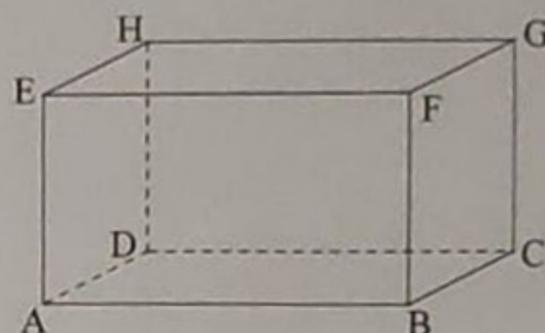
On note $a_0 = 2500$ le nombre d'inscrits à la médiathèque en 2019 et a_n le nombre d'inscrits à la médiathèque l'année $2019+n$, avec $n \in \mathbb{N}$.

- 1) a) Calculer a_1 et a_2 .
- b) Justifier que, pour tout entier naturel n , $a_{n+1} = 0,8a_n + 400$.
- 2) a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $2000 \leq a_{n+1} \leq a_n$.
- b) En déduire que la suite (a_n) est convergente.
- 3) a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $a_n = 500 \times 0,8^n + 2000$.
- b) En déduire la limite de la suite (a_n) .
- c) Si le schéma d'inscription reste le même au cours des années à venir, que peut-on en déduire au sujet du nombre d'adhérents à la médiathèque ?

Exercice 2 :

Soit ABCDEFGH le parallélépipède rectangle représenté ci-contre.

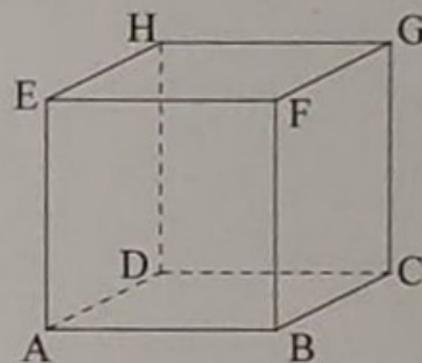
Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{FB}$ et \overrightarrow{DG} sont colinéaires.

**Exercice 3 :**

Soit ABCDEFGH le cube représenté ci-contre.

I, J et K sont les milieux respectifs des arêtes $[AE]$, $[FG]$ et $[BF]$.

- 1) Démontrer que \overrightarrow{IJ} peut s'écrire comme une combinaison linéaire des vecteurs \overrightarrow{AK} et \overrightarrow{AD} .
- 2) En déduire la position relative de la droite (IJ) par rapport au plan (AKD) .

**Exercice 4 :**

Dans l'espace muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, on donne les points $A(3; 0; 5)$, $B\left(0; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$ et $C(1; 0; 2)$.

- 1) a) Démontrer que les points A, B et C définissent un plan.
 - b) Donner un couple de vecteurs directeurs de ce plan.
 - 2) On donne les points $E\left(2; 0; \frac{1}{2}\right)$ et $F\left(1; -\frac{3}{2}; -1\right)$.
- Démontrer que la droite (EF) est parallèle au plan (ABC) .