

Exercices sur le repérage dans le plan

Exercice 1

Partie 1 : Conjectures

1. Calculer $(\sin x)^2 + (\cos x)^2$ pour plusieurs valeurs de x comprises entre 0° et 90° .

Quelle conjecture peut-on faire ?

Partie 2 : Démonstration

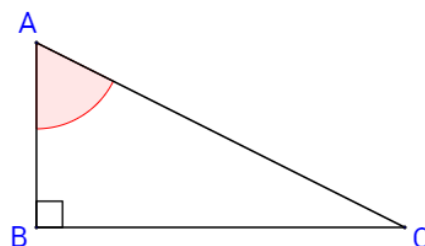
2. On considère le triangle ABC rectangle en B ci-contre.

Écrire, après l'avoir justifiée, l'égalité de Pythagore dans le triangle ABC .

3. Exprimer $\cos(\widehat{BAC})$ et $\sin(\widehat{BAC})$ en fonction des longueurs du triangle ABC .

4. a. En déduire que : $(\cos(\widehat{BAC}))^2 + (\sin(\widehat{BAC}))^2 = \frac{AB^2 + BC^2}{AC^2}$

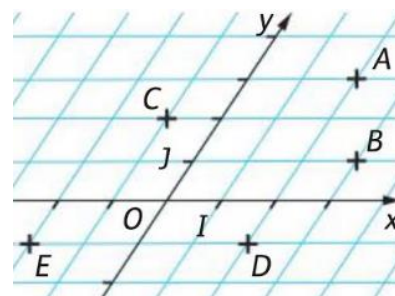
b. Déduire des questions précédentes que : $(\cos(\widehat{BAC}))^2 + (\sin(\widehat{BAC}))^2 = 1$



Exercice 2

On considère la figure ci-contre, et on munit le plan du repère $(O ; I, J)$.

Lire les coordonnées des points de la figure.



Exercice 3

1. Construire un repère orthonormé $(O ; I, J)$ tel que $OI = 2$ cm, puis placer les points suivants :

$A(0,5 ; 0), B(0 ; 2), C(2 ; -1), D(1,5 ; 1), E(-1 ; -2)$ et $F(-1 ; 1)$

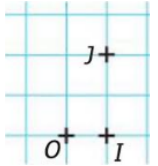
2. Donner les coordonnées des points de la figure dans le repère $(O ; A, J)$

3. Même question dans le repère $(O ; A, B)$

Exercice 4

Placer les points O , I et J comme ci-contre.

Placer ensuite dans le repère $(O ; I, J)$ les points $A(3 ; 1)$, $B(-2 ; 2)$, $C(-3 ; -1)$, $D(0 ; -2)$ et $E(4 ; 0)$



Exercice 5

On munit le plan du repère $(O ; I, J)$.

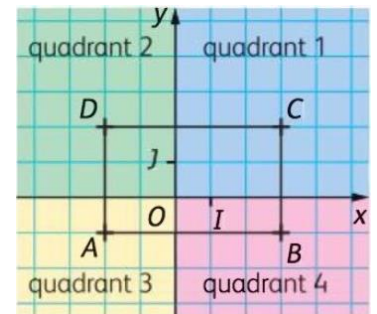
1. a. Quel quadrant est l'ensemble des points de coordonnées $(x ; y)$ telles que $x \geq 0$ et $y \geq 0$?

b. Caractériser par des inégalités les autres quadrants.

2. Recopier puis compléter cette phrase : "L'intérieur du quadrilatère ABCD est l'ensemble des points de coordonnées $(x ; y)$ telles que : $-2 \leq x \leq \dots$ et $\dots \leq y \leq 2$ "

3. a. Après avoir reproduit la figure, colorier l'ensemble des points de coordonnées $(x ; y)$ telles que $-2 \leq x$ et $y \geq 2$.

b. Même question avec $x \in [-1 ; 1]$ et $y \in [1 ; 2]$



Exercice 6

Le plan est rapporté au repère $(O ; I, J)$.

Pour chaque affirmation suivante, dire si elle est vraie ou fausse.

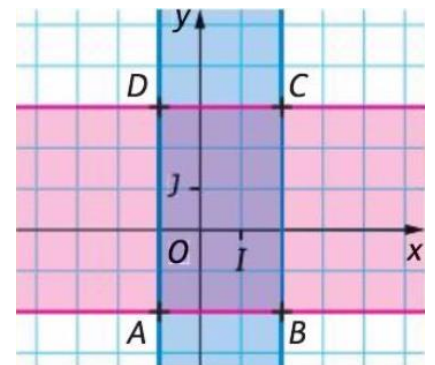
1. Les coordonnées $(x ; y)$ des points de la bande bleue vérifient $-1 \leq x \leq 2$.

2. Les points de coordonnées $(x ; y)$ qui vérifient $-1 \leq x \leq 2$ appartiennent à la bande bleue.

3. La bande rose est l'ensemble des points dont les coordonnées $(x ; y)$ vérifient $-2 \leq y \leq 3$

4. L'intérieur du quadrilatère ABCD est l'ensemble des points $(x ; y)$ telles que $-1 \leq x \leq 2$ ou $-2 \leq y \leq 3$.

5. Il y a exactement huit points à l'intérieur du quadrilatère ABCD.



Exercice 7

On munit le plan d'un repère $(O ; I, J)$.

1. Exprimer les coordonnées du milieu d'un segment $[AB]$ en fonction des coordonnées de deux points A et B .
2. Dans chaque cas, déterminer les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$.
 - a. $A(4 ; 3)$ et $B(7 ; 10)$
 - b. $A(-2 ; 1)$ et $B(6 ; 5)$
 - c. $A(2 ; -3)$ et $B(-4 ; -1)$
 - d. $A(0 ; 3)$ et $B(-8 ; 7)$

Exercice 8

On munit le plan d'un repère $(O ; I, J)$.

Dans chaque cas, dire si le point C est le symétrique du point A par rapport au point B .

1. $A(2 ; 6)$, $B(4 ; 3)$ et $C(6 ; 1)$
2. $A(-2 ; 2)$, $B(-4 ; -1,5)$ et $C(-6 ; 5)$

Exercice 9

On munit le plan d'un repère $(O ; I, J)$.

On considère les points $A(-2 ; 3)$ et $B(2 ; 4)$ et on note C le symétrique du point A par rapport au point B .

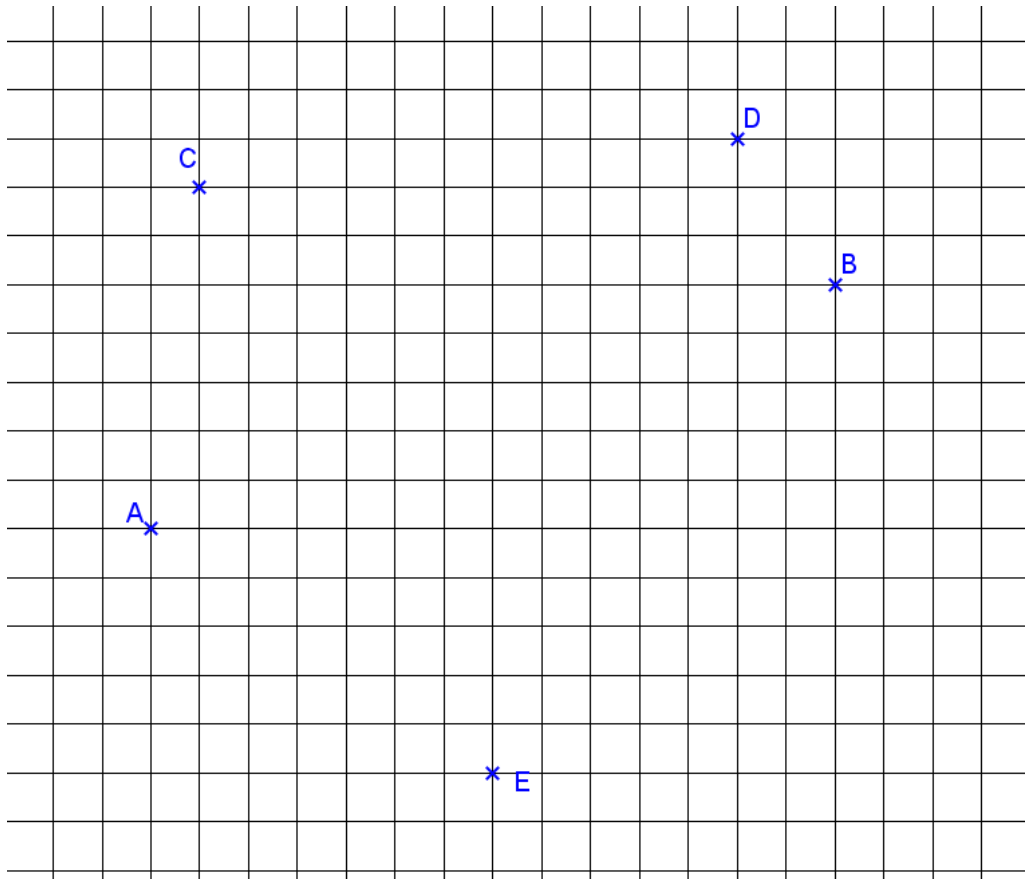
1. Justifier que les coordonnées $(x ; y)$ du point C vérifient les équations $\frac{-2+x}{2} = 2$ et $\frac{3+y}{2} = 4$

2. Calculer les coordonnées du point C .

Vérifier le résultat en réalisant la figure.

3. Déterminer les coordonnées du symétrique D du point B par rapport au point A .

Exercice 10



Les points A, B, C, D et E appartiennent-ils au cercle de diamètre $[AB]$?

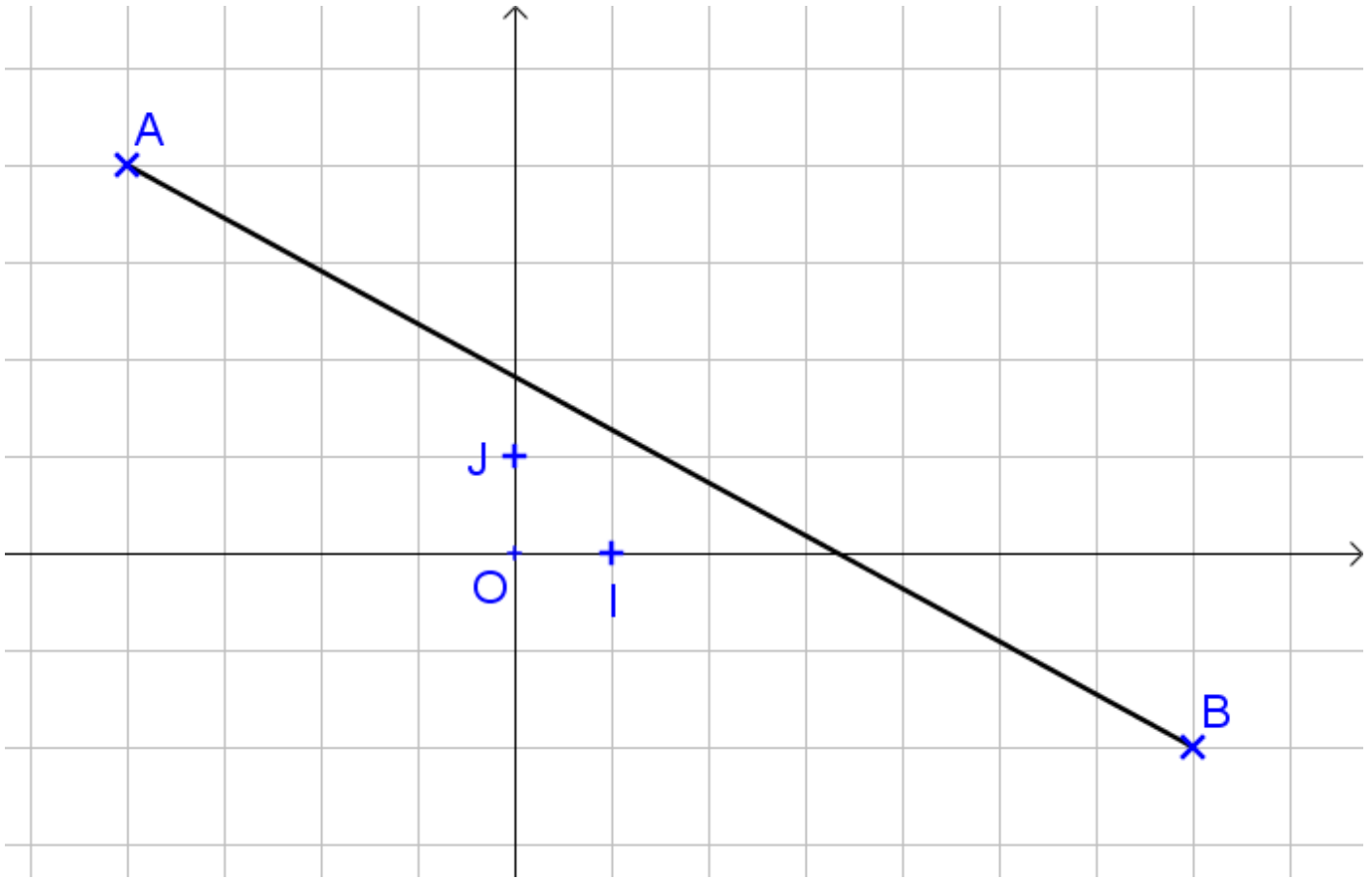
Exercice 11



Démonstration de la formule pour calculer la distance entre deux points dans le plan

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O ; I, J)$.

Prenons deux points A et B de coordonnées $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$:



1. Avec Notability, construire un point C de coordonnées $(x_C; y_C)$ tel que le triangle ABC soit rectangle en C .
2. a. Exprimer la longueur AC en fonction de x_A et x_B (ou en fonction de y_A et y_B)
b. Exprimer la longueur BC en fonction de y_A et y_B (ou en fonction de x_A et x_B)
3. Exprimer AB^2 en fonction de AC^2 et de BC^2 .
4. En déduire une expression de la longueur AB en fonction de x_A, x_B, y_A et y_B .

Exercice 12

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O ; I, J)$.

1. Exprimer la distance AB en fonction des coordonnées de deux points A et B du plan.
2. Dans chacun des cas, calculer la distance AB .
 - a. $A(2 ; 3)$ et $B(10 ; 1)$
 - b. $A(-1 ; 2)$ et $B(2 ; 3)$
 - c. $A(2 ; -4)$ et $B(-3 ; 4)$

Exercice 13

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O ; I, J)$.

Dans chaque cas, préciser la nature du triangle ABC .

1. $A (1 ; 4), B (2 ; 8)$ et $C (6 ; 7)$
2. $A (2 ; -1), B (4 ; -4)$ et $C (-1 ; 1)$
3. $A (15 ; 16), B (-2 ; 17)$ et $C (10 ; -1)$

Exercice 14

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O ; I, J)$.

Prenons les points $A (-4 ; -3), B (2 ; 5), C (4 ; 1)$ et $D (-2 ; -7)$.

On note E le symétrique de B par rapport à C .

1. Déterminer la nature du quadrilatère $ABCD$.
2. Calculer les coordonnées du point E .
3. Quelle est la nature du quadrilatère $ACED$?

Exercice 15

On munit le plan d'un repère orthonormé $(O ; I, J)$.

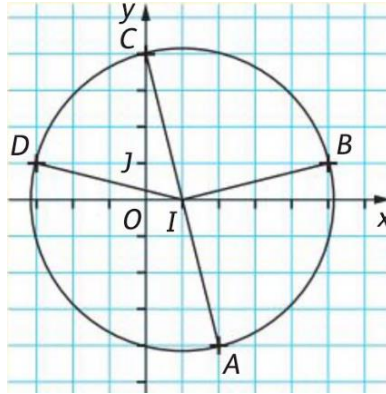
On considère les points $A (3 ; 2), B (-1 ; 5), C (-4 ; 1), D (0 ; -2)$ et $E (-3 ; -2)$.

Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse.

1. Le point B appartient au cercle de centre A et de rayon 5.
2. $AC = 5\sqrt{2}$
3. Le quadrilatère $ABCD$ est un carré
4. Le point E appartient à la médiatrice du segment $[AB]$.

Exercice 16

On considère un repère orthonormé $(O ; I, J)$ ci-dessous, où les points indiqués sont à coordonnées entières.



Préciser si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses.

1. $OA = 2\sqrt{5}$
2. Le triangle BCD est rectangle en C .
3. Les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle de centre I .

Exercice 17

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 9$ cm et $BC = 5$ cm.

1. Construire les points E, F, G et H respectivement sur les segments $[AB], [BC], [CD]$ et $[AD]$, et tels que :

$$AE = \frac{2}{9} AB, \quad BF = \frac{2}{5} BC, \quad CG = \frac{2}{9} CD \text{ et } DH = \frac{2}{5} DA$$

2. a. Justifier que $(A ; B, D)$ est un repère du plan.
b. Donner les coordonnées des points de la figure dans le repère $(A ; B, D)$.
3. Justifier que le quadrilatère $EFGH$ est un parallélogramme.

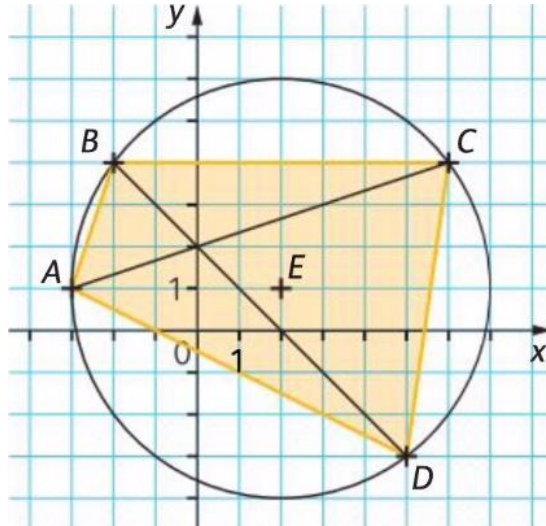
Exercice 18

Dans un repère orthonormé $(O ; I, J)$ du plan, on considère les points $A(0 ; 6)$ et $B(8 ; 0)$.

1. Quelle est la nature du triangle OAB ?
2. En déduire les coordonnées du centre C du cercle circonscrit au triangle OAB .
3. Quel est le rayon de ce cercle ?

Exercice 19

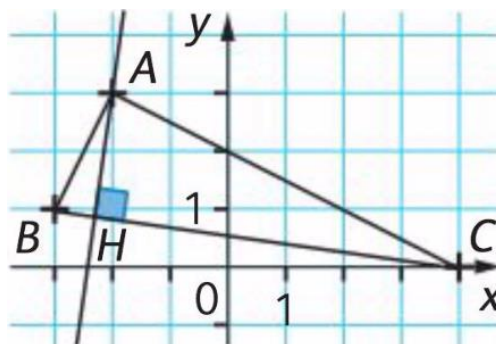
Soit les points $A(-3; 1)$, $B(-2; 4)$, $C(6; 4)$, $D(5; -3)$ et $E(2; 1)$.



1. Montrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle de centre E .
2. a. Calculer les longueurs des côtés du quadrilatère $ABCD$.
b. Calculer les longueurs des diagonales $[AC]$ et $[BD]$.
c. Vérifier que $AC \times BD = AB \times CD + AD \times BC$

Exercice 20

On considère les points $A(-2; 3)$, $B(-3; 1)$ et $C(4; 0)$, et on note H le pied de la hauteur du triangle ABC issue du point A .

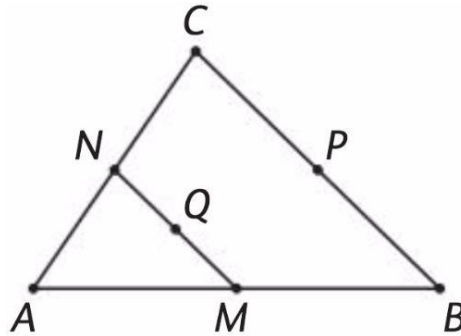


1. Montrer que le triangle ABC est rectangle.
2. En déduire l'aire du triangle ABC , puis la hauteur AH .

Exercice 21

Dans le triangle ABC , les points M , N et P sont les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[AC]$ et $[BC]$.

Le point Q est le milieu du segment $[MN]$.



On souhaite montrer que le point Q est aussi le milieu du segment $[AP]$.

1. Avec des coordonnées

On se place dans le repère $(A ; B, C)$

- Lire les coordonnées des points A , B et C . Puis calculer les coordonnées des points M , N , P et Q .
- Conclure

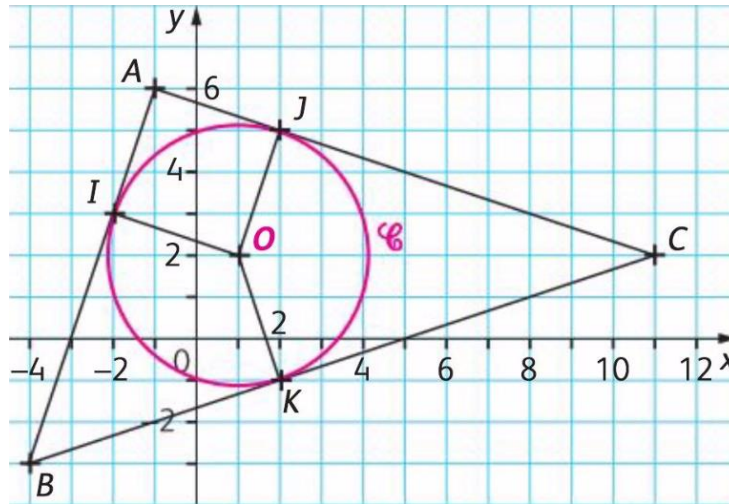
2. Avec une configuration du plan

- Justifier que le quadrilatère $AMPN$ est un parallélogramme.
- Conclure

Exercice 22

Dans un repère orthonormé, on considère les points $A(-1; 6)$, $B(-4; -3)$, $C(11; 2)$, $I(-2; 3)$, $J(2; 5)$, $K(2; -1)$ et $O(1; 2)$.

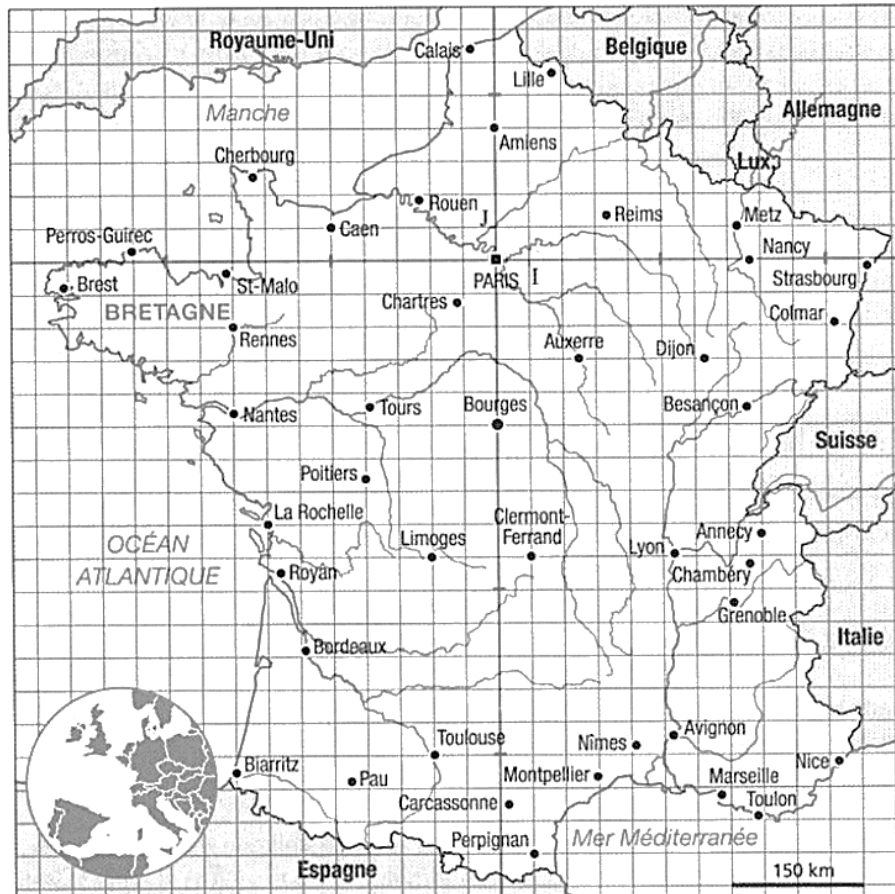
On note $\mathcal{C}$ le cercle de centre O et passant par I .



1. Montrer que les points J et K appartiennent à $\mathcal{C}$.
2. a. Calculer $AI + IB$ et AB . En déduire que le point I appartient au segment $[AB]$.
b. Montrer que les points J et K appartiennent respectivement aux segments $[AC]$ et $[BC]$.
3. a. Montrer que les droites (AB) et (OI) sont perpendiculaires.
b. Montrer que le cercle $\mathcal{C}$ est inscrit dans le triangle ABC .
4. Que représentent les droites (OA) , (OB) et (OC) pour le triangle ABC ?



On considère le repère orthonormé $(P; I, J)$ où P désigne Paris. Ainsi, $PI = PJ$ et $(PI) \perp (PJ)$.

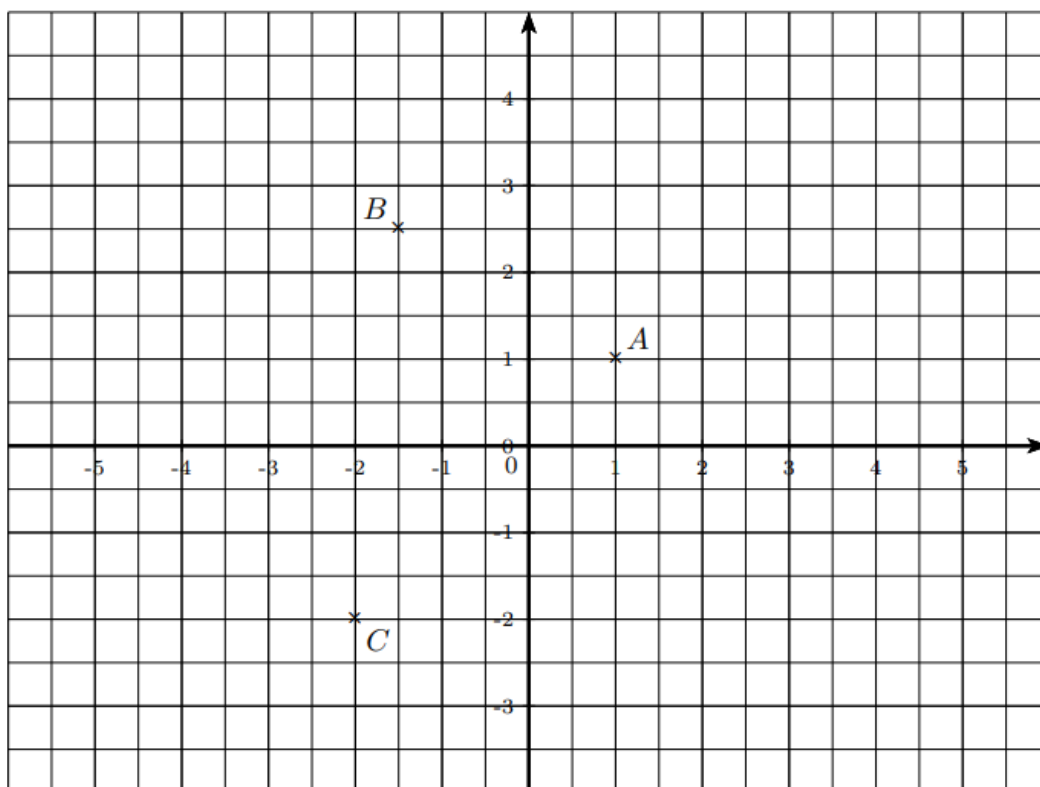


1. Donner les coordonnées de Clermont-Ferrand et de Bourges dans le repère choisi.
2. a. Identifier la ou les ville(s) d'ordonnée nulle.
b. Identifier la ou les ville(s) de même abscisse que Limoges.
3. On note $(x; y)$ les coordonnées d'une ville placée sur la carte. Identifier la ou les ville(s) de la carte correspondant à la condition donnée.
 - a. $-11 < y < -9$
 - b. $x < 0$ ET $y > 0$
 - c. $x \leq -10$ OU $x \geq 10$
4. Soit $M(x_M; y_M)$ le point représentant la ville où se situe le meilleur club de football de France. On sait que $x \in [6; 7]$ et $y \in [-17; -16]$. Quelle est cette ville ?
5. Vrai ou faux ?
 - a. Si $x < -10$ alors la ville $V(x; y)$ est située en Bretagne.
 - b. Si la ville $V(x; y)$ est située en Bretagne, alors $x < -10$.
 - c. La ville $V(x; y)$ est située au sud de Nantes si et seulement si $y < -8$.
6. Calculer la distance à vol d'oiseau entre Clermont-Ferrand et Bourges en utilisant leurs coordonnées.
7. Une ville est située entre 75 et 225 km de Bourges. Déterminer les villes possibles parmi celles placées sur la carte.

Exercice 24

La figure est à compléter au fur et à mesure de l'exercice. $(O; I, J)$ est un repère orthonormé du plan.

1. Lire les coordonnées des points A , B et C .
2. Déterminer les coordonnées du milieu K du segment $[BC]$.
3. Déterminer les coordonnées du point D tel que $ABDC$ soit un parallélogramme.
4. Déterminer les coordonnées du point E , symétrique de C par rapport à A .
5. On considère le point $F(3 ; -1)$ et on admet que $AE = \sqrt{18}$ et $EF = \sqrt{26}$.
 - a. Calculer AF et en déduire la nature du triangle AEF .
 - b. Déterminer les coordonnées du centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle AEF .



Exercice 25

Dans un repère orthonormé $(O ; I ; J)$, on considère les points :

$$A(3 ; 1) ; B(9 ; -1) ; C(8 ; 6) \text{ et } D(4 ; -6)$$

1. Faire une figure.
2. On cherche dans cette question à déterminer la nature exacte du quadrilatère $ACBD$.
 - a. Démontrer que $ACBD$ est un parallélogramme.
 - b. On donne $AB = \sqrt{40}$ et $BC = \sqrt{50}$. Déterminer la nature exacte du triangle ABC .
 - c. En déduire la nature exacte du quadrilatère $ACBD$.

Exercice 26

On considère un triangle ABC rectangle en A tel que $AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm.
Déterminer la distance du point A au côté $[BC]$.

Exercice 27

Soit $A(-1; 2)$, $B(-1; -4)$ et $C(2; 2)$.

1. Placer les point A , B et C dans un repère orthonormé.
2. On cherche à calculer la distance entre le point A et la droite (BC) .
 - (a) Placer le point H , projeté orthogonal de A sur (BC) . *Laisser les traits de construction apparents.*
 - (b) On suppose que le point H a pour coordonnées $H(\frac{7}{5}; 0,8)$.
En déduire la distance entre A et (BC) .