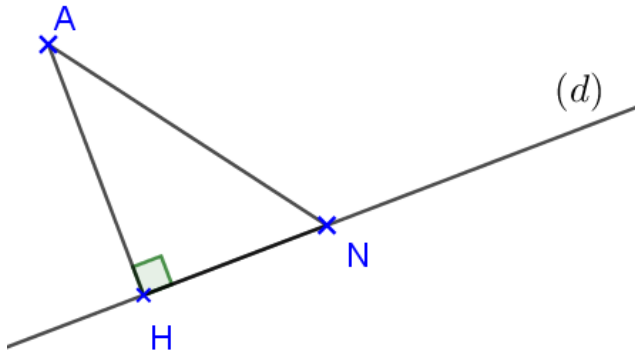


Corrigé des exercices sur le repérage

La rédaction de ce corrigé est succincte ; certains des exercices n'ont pas une rédaction exhaustive.
Le but de ce document est simplement de vérifier vos réponses.

Activité sur le projeté orthogonal



Le triangle AHN est rectangle en H .

En appliquant le théorème de Pythagore, on obtient : $AN^2 = AH^2 + HN^2$.

HN^2 étant positif, on en déduit que $AH^2 < AN^2$

Et comme AH et AN sont positifs, on en déduit que $AH < AN$.

Et donc le point H est le point de la droite (d) le plus proche du point A .

Exercice 39 page 244

1. Les droites (BC) et (CD) sont perpendiculaires donc C est le projeté orthogonal du point D sur la droite (BC) .
2. Les diagonales d'un carré se coupent perpendiculairement donc O est le projeté orthogonal du point D sur la droite (AC) .
3. Les droites (BC) et (AB) sont perpendiculaires donc B est le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC) . Ainsi, la distance du point A à la droite (BC) est 10 cm.
4. Appelons E le projeté orthogonal du point O sur la droite (AD) . En utilisant le théorème de Pythagore dans ce triangle, on a $OE = 5$ cm.
5. Le projeté orthogonal du point B sur la droite (AC) est le point O . En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle BOC rectangle isocèle en O , on trouve $OB = 5\sqrt{2}$ cm.

Exercice 37 page 244

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle BAC rectangle en A , on trouve $BC = \sqrt{178}$ cm.

D'une part, on a : $A_{BAC} = \frac{BA \times AC}{2} = 19,5 \text{ cm}^2$.

D'autre part, on a également : $A_{BAC} = \frac{BC \times AH}{2}$

D'où :

$$\begin{aligned}\frac{BC \times AH}{2} &= 19,5 \\ \Leftrightarrow \frac{\sqrt{178} \times AH}{2} &= 19,5 \\ \Leftrightarrow \sqrt{178} \times AH &= 39 \\ \Leftrightarrow AH &= \frac{39}{\sqrt{178}} \\ \Leftrightarrow AH &\approx 2,92\end{aligned}$$

La longueur AH mesure exactement $\frac{39}{\sqrt{178}}$ cm, c'est-à-dire environ 2,92 cm.

Exercice 42 page 244

1. Appelons K le projeté orthogonal du point U sur la droite (RS) . Ainsi d'après l'énoncé, on a $UK = 2$ cm.

On a : $A_{RSU} = \frac{UK \times RS}{2} = \frac{6 \times 2}{2} = 6$

L'aire du triangle RSU vaut 6 cm²

2. On a : $A_{RSTU} = RS \times UK = 12$

L'aire du parallélogramme $RSTU$ vaut 12 cm²

Exercice 43 page 244

D'une part, on a : $AB^2 + BM^2 = 16^2 + 63^2 = 4225$

D'autre part, on a : $AM^2 = 65^2 = 4225$

On remarque donc que $AM^2 = AB^2 + BM^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABM est rectangle en B .

Exercice 41 page 244

1. Appelons H le projeté orthogonal du point A sur la droite (BC) .

Le triangle ABC étant équilatéral, la droite (AH) coupe $[BC]$ en son milieu.

En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle rectangle ABH , on trouve que $AH = \sqrt{3}$ cm

2. $A_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2} = \sqrt{3}$

L'aire de ce triangle vaut $\sqrt{3}$ cm² c'est-à-dire environ 1,73 cm²

Exercice 46 page 245

En utilisant le théorème de Pythagore, on trouve que cette distance vaut 12 cm.

Exercice 27 page 243

$$1. AB = \frac{5}{\tan(55)} \approx 3,5 \text{ et } BC = \frac{5}{\sin(55)} \approx 6,1 \text{ cm}$$

$$2. A_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{\frac{5}{\tan(55)} \times 5}{2} = \frac{25}{2 \times \tan(55)} \approx 8,75 \text{ cm}^2$$

Exercice 36 page 243

1. En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle DAB rectangle en D , on trouve $DB = \sqrt{50}$ cm

$$2. \widehat{DBH} = \arctan\left(\frac{5}{\sqrt{50}}\right) \approx 35^\circ$$

Exercice 69 page 247

1. Les droites (AH) et (XH') sont parallèles.

Par ailleurs, les points P, X, A et P, H', H sont alignés dans le même ordre.

En appliquant le théorème de Thalès, on a :

$$\begin{aligned} \frac{PX}{PA} &= \frac{XH'}{AH} \\ \Leftrightarrow \frac{3}{5} &= \frac{XH'}{4,8} \\ \Leftrightarrow XH' &= \frac{3 \times 4,8}{5} \\ \Leftrightarrow XH' &= 2,88 \end{aligned}$$

La pie est donc perchée à 2,88 mètres du sol.

2. Toujours en utilisant le théorème de Pythagore, on a :

$$\begin{aligned} \frac{PX}{PA} &= \frac{PH'}{PH} \\ \Leftrightarrow \frac{3}{5} &= \frac{2,88}{PH} \\ \Leftrightarrow PH &= \frac{5 \times 2,88}{3} \\ \Leftrightarrow PH &= 4,8 \end{aligned}$$

L'échelle est donc à 4,8 m du mur.

Exercice 1 de la fiche d'exercices

1. Il semble que pour $x \in \mathbb{R}$, $(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$

2. $AC^2 = AB^2 + BC^2$

3. $\cos(\widehat{BAC}) = \frac{AB}{AC}$ et $\sin(\widehat{BAC}) = \frac{BC}{AC}$

4. a. $(\cos(\widehat{BAC}))^2 + (\sin(\widehat{BAC}))^2 = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 + \left(\frac{BC}{AC}\right)^2 = \frac{AB^2 + BC^2}{AC^2}$

b. D'après la question 1., $AB^2 + BC^2 = AC^2$ donc $\frac{AB^2 + BC^2}{AC^2} = \frac{AC^2}{AC^2} = 1$

Exercice 28 page 243

$$\widehat{RST} = \arctan\left(\frac{5}{6}\right) \text{ donc } 39^\circ < \widehat{RST} < 40^\circ$$

Ainsi on en déduit que $140^\circ < \widehat{RTS} < 141^\circ$

Exercice 31 page 243

$$RT = 7 \times \cos(40) \approx 5,36$$

$$RS = 7 \times \sin(40) \approx 4,5$$

En travaillant dans le triangle rectangle RHT , on trouve : $RH = RT \times \sin(40) = 7 \times \cos(40) \times \sin(40) \approx 3,45$

Exercice 74 page 248

1. a. En travaillant dans le triangle rectangle BHA , on a : $h = c \times \sin \hat{A}$

$$A_{ABC} = \frac{AC \times BH}{2} = \frac{b \times h}{2} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

b. En effectuant la même démarche, on a :

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} ac \sin \hat{B}$$

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C}$$

2. $A_{MNP} = \frac{1}{2} \times MN \times MP \times \sin(53) = 21 \times \sin(53) \approx 16,78 \text{ cm}^2$

Exercice 83 page 250

1. En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle ABD rectangle en A , on obtient $BD = \sqrt{5}a$

$$2. A_{ABD} = \frac{AB \times AD}{2} = \frac{2a \times a}{2} = a^2 \text{ et } A_{ABD} = \frac{BD \times AH}{2} = \frac{\sqrt{5}a \times AH}{2} \text{ d'où } AH = \frac{2}{\sqrt{5}}a$$

3. La somme des mesures des angles d'un triangle valant 180° , alors l'angle $\widehat{BAH}$ vaut $90 - x$.

Les angles $\widehat{DAH}$ et $\widehat{BAH}$ étant complémentaires, on a donc $\widehat{DAH} = x$

$$4. \text{ Dans le triangle } BAD, \tan(x) = \frac{AD}{AB} = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Et dans le triangle } DAH, \tan(x) = \frac{DH}{AH} \text{ d'où } \frac{1}{2} = \frac{DH}{\frac{2}{\sqrt{5}}a} \text{ et ainsi } DH = \frac{1}{\sqrt{5}}a$$

$$5. \text{ D'une part, on a : } \frac{BS}{BA} = \frac{0,8BA}{BA} = 0,8$$

$$\text{D'autre part, on a aussi : } \frac{BH}{BD} = \frac{BD - DH}{BD} = \frac{\sqrt{5}a - \frac{1}{\sqrt{5}}a}{\sqrt{5}a} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\text{On remarque que } \frac{BS}{BA} = \frac{BH}{BD}$$

Par ailleurs, les points B, S, A et B, H, D sont alignés dans le même ordre.

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AD) et (SH) sont parallèles.

Exercice 81 page 249

$$1. a. \text{ D'une part, } AE = AF \text{ et } AJ = CF \text{ d'où } A_{AEJ} = \frac{AE \times AJ}{2} = \frac{AF \times CF}{2}$$

D'autre part, appelons Z le projeté orthogonal de J sur la droite (AB) .

$$\text{On a : } JZ = AF \text{ et } AZ = CF \text{ d'où } A_{JAB} = \frac{JZ \times AZ}{2} = \frac{AF \times CF}{2} = A_{AEJ}$$

b. Le triangle CAM . La rotation conservant les aires, on a donc : $A_{JAB} = A_{CAM}$

c. Même type d'argumentation que dans la question a

d. Elles sont égales.

$$2. a. \text{ Dans le triangle } EBC : \cos(\widehat{ACB}) = \frac{EC}{CB} \text{ d'où } EC = CB \times \cos(\widehat{ACB})$$

$$\text{Et } A_{LCEK} = EC \times LC = EC \times CA = CB \times CA \times \cos(\widehat{ACB}) \text{ d'après la relation précédente.}$$

b. $CA^2 + CB^2$ représente l'aire de deux rectangles bleus, d'un rectangle vert et d'un rectangle rouge.

AB^2 représente l'aire d'un rectangle vert et d'un rectangle rouge.

$2CB \times CA \times \cos(\widehat{ACB})$ représente l'aire de deux rectangles bleus.

$$\text{Ainsi, on peut en déduire l'égalité : } CA^2 + CB^2 = 2CB \times CA \times \cos(\widehat{ACB})$$

Exercice 2 de la fiche d'exercices

$A(2; 3)$

$B(3; 1)$

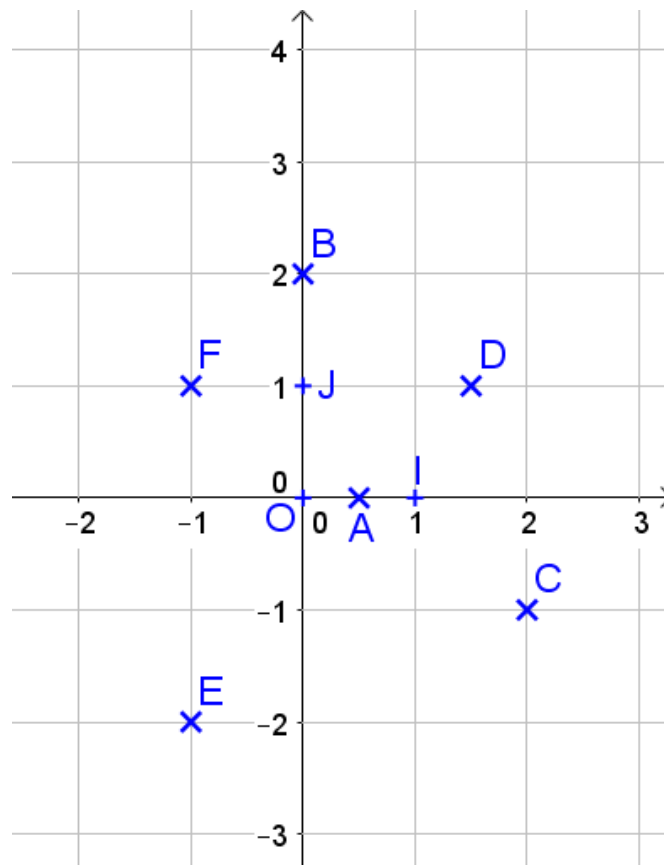
$C(-1; 2)$

$D(2; -1)$

$E(-2; -1)$

Exercice 3 de la fiche d'exercices

1)



2) $A(1; 0)$

$B(0; 2)$

$C(4; -1)$

$D(3; 1)$

$E(-2; -2)$

$F(-2; 1)$

$I(2; 0)$

$J(0; 1)$

3) $A(1; 0)$

$B(0; 1)$

$C(4; -0,5)$

$D(3; 0,5)$

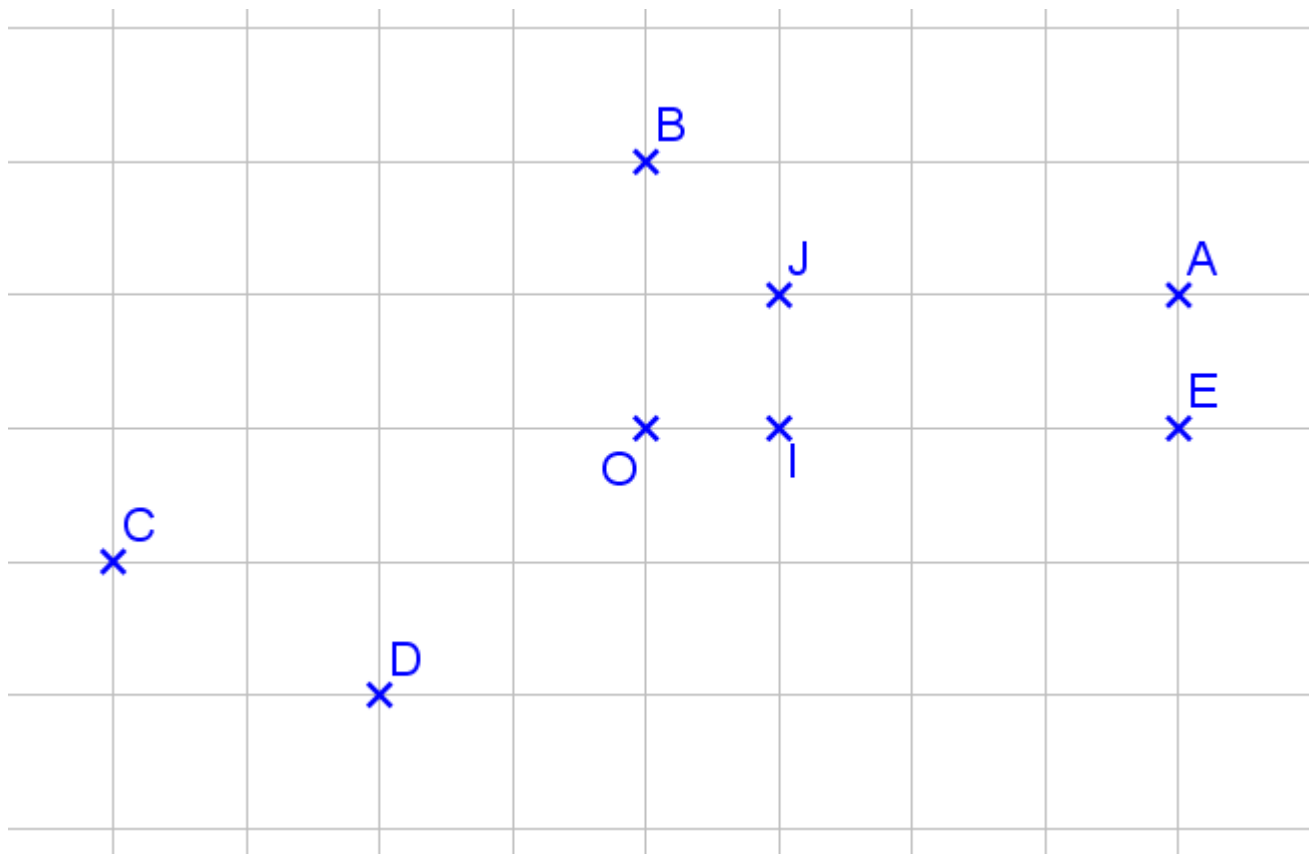
$E(-2; -1)$

$F(-2; 0,5)$

$I(2; 0)$

$J(0; 0,5)$

Exercice 4 de la fiche d'exercices



Exercice 5 de la fiche d'exercices

1) a) Le quadrant 1

b) quadrant 2 : $x \leq 0$ et $y \geq 0$

quadrant 3 : $x \leq 0$ et $y \leq 0$

quadrant 4 : $x \geq 0$ et $y \leq 0$

2) L'intérieur du quadrilatère ABCD est l'ensemble des points de coordonnées $(x; y)$ telles que : $-2 \leq x \leq 3$ et $-1 \leq y \leq 2$ "

Exercice 6 de la fiche d'exercices

1) Vrai

2) Vrai, en supposant que cette bande bleue soit infinie comme le dessin le suggère.

3) Vrai

4) Vrai

5) Faux. Il y en a une infinité

Exercice 23 de la fiche d'exercices

1. Clermont-Ferrand a pour coordonnées (1; -9).

Bourges a pour coordonnées (0; -5).

2. a. Paris et Nancy

b. Toulouse

3. a. Royan, Chambéry, Grenoble

b. Perros-Guirec, Cherbourg, Caen, Rouen, Calais

c. Perros-Guirec, Brest, Strasbourg, Colmar, Nice

4. Allez l'Olympique de Marseille !

5. a. Vrai

b. Faux Rennes est une ville bretonne or son abscisses est égale à - 8 (qui est supérieur à - 10)

c. Faux. En effet, le point correspondant à Poitiers a pour ordonnée, environ - 6,7 qui est supérieur à -8

6. Soit $(x_C; y_C)$ les coordonnées de Clermont-Ferrand et $(x_B; y_B)$ les coordonnées de Bourges.

On a : $(x_C; y_C) = (1; -9)$ et $(x_B; y_B) = (0; -5)$.

La distance entre ces deux villes est donnée par $\sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{1 + 16} = \sqrt{17}$.

7. En considérant comme unité la longueur du côté d'un carré, on constate sur la carte que 4 unités correspondent à 150 km donc une unité correspond à 37,5 km. 75 km correspondent donc à 2 unités et 225 km à 6 unités. Il suffit donc de tracer un premier cercle de centre Bourges et de rayon 2 unités, puis un deuxième cercle de même centre et de rayon 6 unités.



Il reste à trouver les villes situées entre les deux cercles. Paris, Chartres, Tours, Poitiers, Limoges, Clermont-Ferrand, Auxerre

Exercice 7 de la fiche d'exercices

1) On a : $x_I = \frac{x_A+x_B}{2}$ et $y_I = \frac{y_A+y_B}{2}$

2) a) On a : $x_I = \frac{x_A+x_B}{2} = \frac{4+7}{2} = 5,5$ et $y_I = \frac{y_A+y_B}{2} = \frac{3+10}{2} = 6,5$

b) $I(2; 3)$

c) $I(-1; -2)$

d) $I(-4; 5)$

Exercice 8 de la fiche d'exercices

Appelons I le milieu du segment $[AC]$.

1) On a : $x_I = \frac{x_A+x_C}{2} = \frac{2+6}{2} = 4$ et $y_I = \frac{y_A+y_C}{2} = \frac{6+1}{2} = 3,5$

On remarque que $I \neq B$. On en déduit donc que B n'est pas le milieu du segment $[AC]$ et donc que le point C n'est pas le symétrique du point A par rapport au point B .

2) On a : $x_I = \frac{x_A+x_C}{2} = \frac{-2+(-6)}{2} = -4$ et $y_I = \frac{y_A+y_C}{2} = \frac{2+5}{2} = 3,5$

On remarque que $I \neq B$. On en déduit donc que B n'est pas le milieu du segment $[AC]$ et donc que le point C n'est pas le symétrique du point A par rapport au point B .

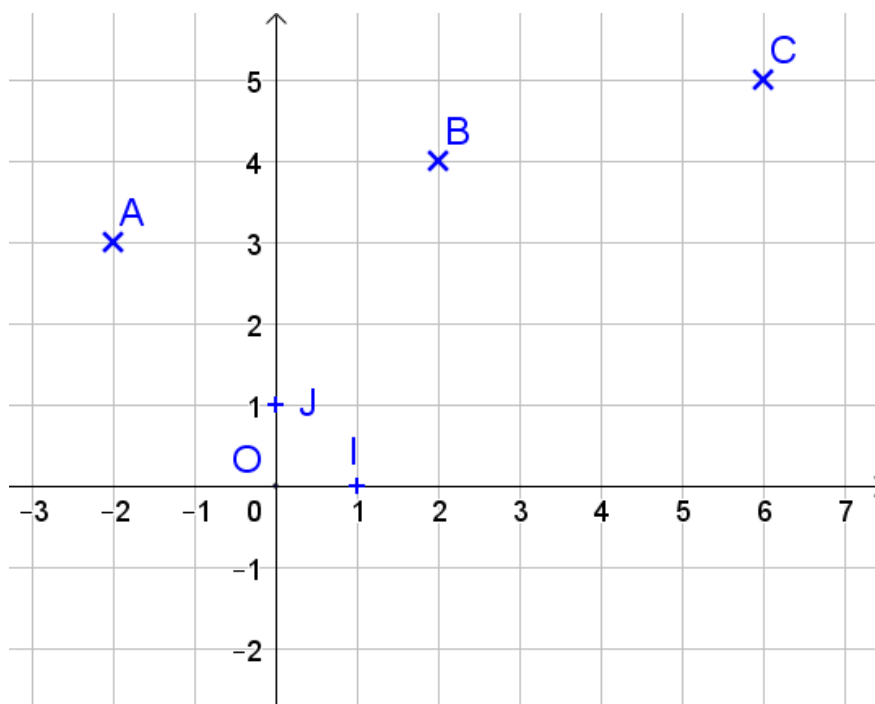
Exercice 9 de la fiche d'exercices

1) Le point B est le symétrique du segment $[AC]$, d'où : $\frac{-2+x}{2} = 2$ et $\frac{3+y}{2} = 4$

2) On a : $\frac{-2+x}{2} = 2$ d'où $-2 + x = 4$ et donc $x = 6$

De même, on a : $\frac{3+y}{2} = 4$ d'où $3 + y = 8$ et donc $y = 5$

Le point C a donc pour coordonnées $(6; 5)$.



3) Notons $(x_D; y_D)$ les coordonnées du point D .

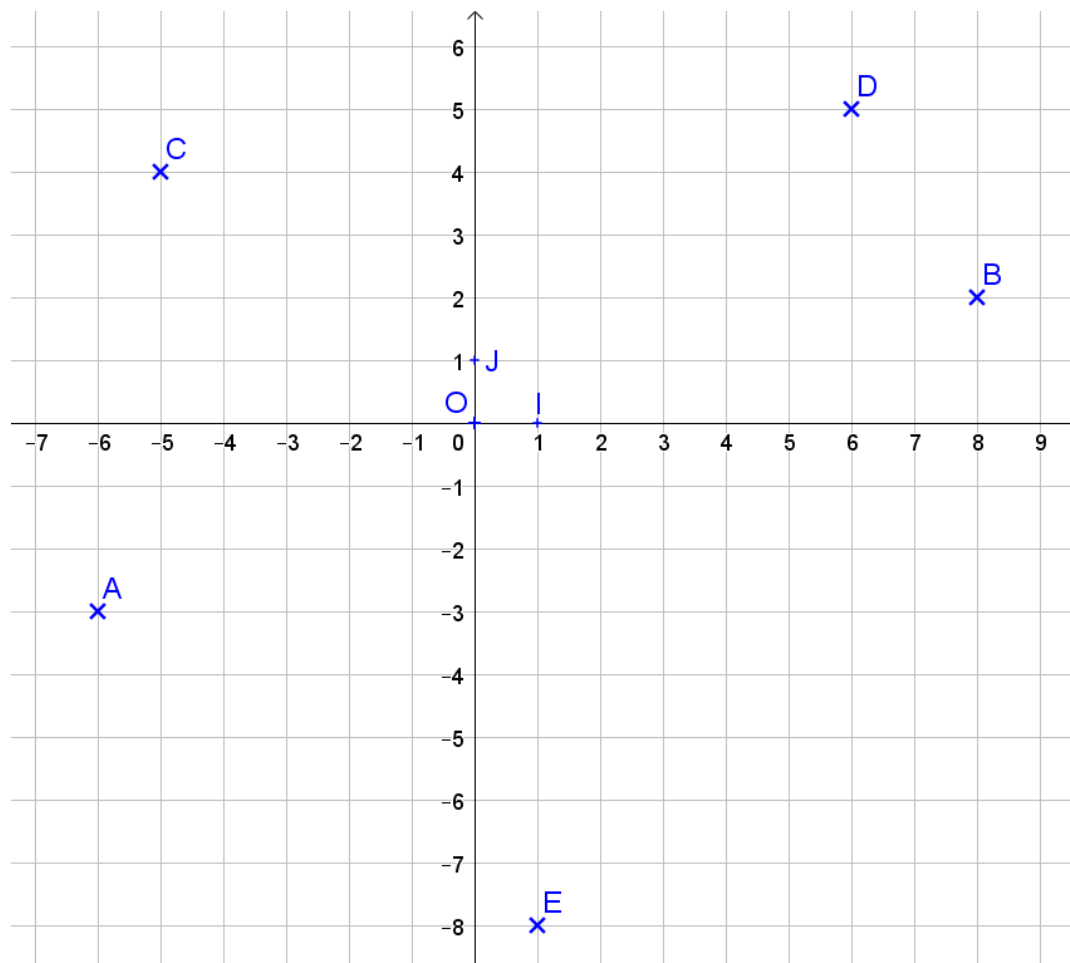
On a : $\frac{2+x_D}{2} = -2$ d'où $x_D = -6$.

De même, $\frac{4+y_D}{2} = 3$ d'où $y_D = 2$

Le point D a donc pour coordonnées $(-6; 2)$.

Exercice 10 de la fiche d'exercices

Commençons par fixer un repère orthonormé $(O ; I, J)$:



Dans ce repère, on a : $A(-6; -3)$, $B(8; 2)$, $C(-5; 4)$, $D(6; 5)$ et $E(1; -8)$.

Appelons $F(x_F; y_F)$ le milieu de $[AB]$.

$$\text{On a : } x_F = \frac{-6+8}{2} = 1 \text{ et } y_F = \frac{-3+2}{2} = -0,5$$

$$\text{On a : } FC = \sqrt{(-5-1)^2 + (4-(-0,5))^2}$$

$$FC = \sqrt{56,25}$$

$$\text{De même, } FD = \sqrt{(6-1)^2 + (5-(-0,5))^2}$$

$$FD = \sqrt{55,25}$$

On remarque que $FC \neq FD$.

Ainsi on en déduit que les points A, B, C, D et E n'appartiennent pas au cercle de diamètre $[AB]$.

Exercice 12 de la fiche d'exercices

1) $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

2) a) $AB = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$

b) $AB = \sqrt{10}$

c) $AB = \sqrt{89}$

Exercice 13 de la fiche d'exercices

1) $AB = \sqrt{17}$, $AC = \sqrt{34}$ et $BC = \sqrt{17}$

On remarque que le triangle ABC est isocèle en B .

Par ailleurs, on a : $AC^2 = AB^2 + BC^2$. On en déduit donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore que le triangle ABC est aussi rectangle.

2) $AB = \sqrt{13}$, $AC = \sqrt{13}$ et $BC = \sqrt{50}$

On remarque que le triangle ABC est isocèle en A .

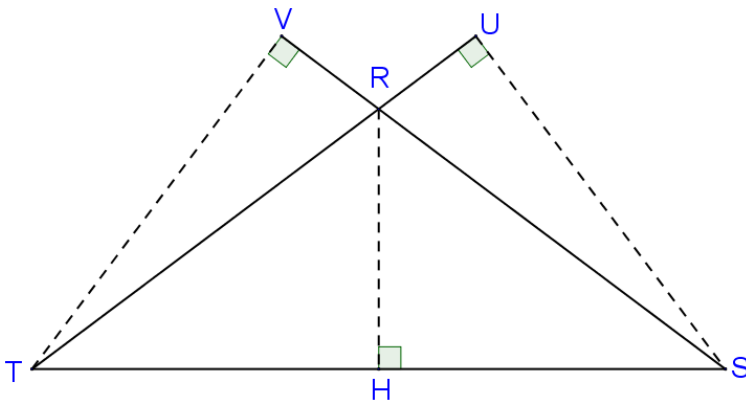
Par ailleurs, on a : $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$. On en déduit donc d'après le théorème de Pythagore que le triangle ABC n'est pas rectangle.

3) $AB = \sqrt{290}$, $AC = \sqrt{314}$ et $BC = \sqrt{468}$

On remarque que le triangle ABC est ni isocèle, ni équilatéral.

Par ailleurs, on a : $BC^2 \neq AC^2 + AB^2$. On en déduit donc d'après le théorème de Pythagore que le triangle ABC n'est pas rectangle.

Exercice 86 page 250



1. Appelons U le projeté orthogonal du point R sur la droite (ST) .

Le triangle RST étant isocèle en R , la hauteur (RH) est aussi une médiane. Ainsi, $TH = HS = 4$ cm.

Dans le triangle RTH rectangle en H , en utilisant le théorème de Pythagore, on obtient :

$$RT^2 = TH^2 + RH^2$$

$$5^2 = 4^2 + RH^2$$

$$25 = 16 + RH^2$$

$$RH^2 = 25 - 16$$

$$RH^2 = 9$$

$$RH = 3$$

Ainsi la distance du point R à la droite (ST) vaut 3 cm.

$$2. \frac{ST \times RH}{2} = \frac{8 \times 3}{2} = 12$$

L'aire du triangle RST vaut 12 cm².

3. Appelons U le projeté orthogonal du point S sur la droite (RT) .

Exprimons d'une autre manière l'aire du triangle RST .

On a alors :

$$\frac{RS \times US}{2} = 12$$

$$\frac{5 \times US}{2} = 12$$

$$5 \times US = 24$$

$$US = \frac{24}{5}$$

$$US = 4,8$$

La distance du point S à la droite (RT) vaut 4,8 cm.

4. Appelons V le projeté orthogonal du point T sur la droite (RS) .

Exprimons d'une autre manière l'aire du triangle RST .

On a alors :

$$\frac{RT \times TV}{2} = 12$$

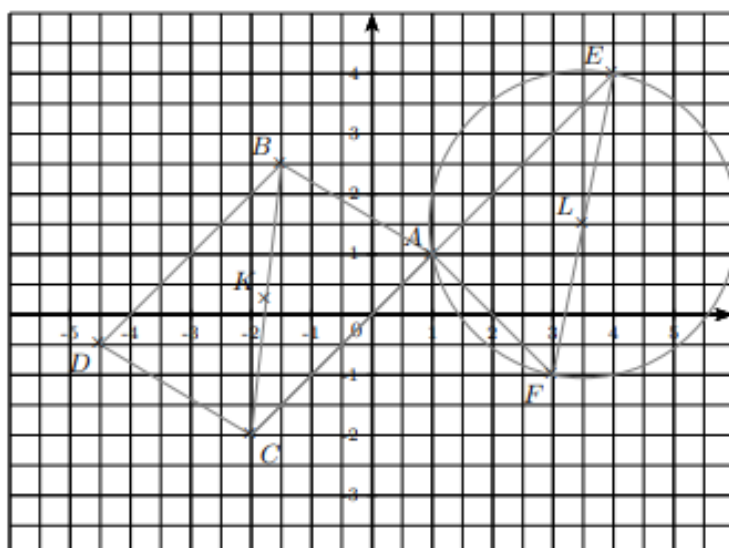
$$\frac{5 \times TV}{2} = 12$$

$$5 \times TV = 24$$

$$TV = \frac{24}{5}$$

$$TV = 4,8$$

La distance du point T à la droite (RS) vaut 4,8 cm.



1. $A(1 ; 1)$, $B(-1,5 ; 2,5)$ et $C(-2 ; -2)$.

2. $x_K = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-1,5 + (-2)}{2} = -1,75$.

$y_K = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{2,5 + (-2)}{2} = 0,25$.

Le point K a pour coordonnées $(-1,75 ; 0,25)$.

3. $ABDC$ est un parallélogramme si et seulement si ses diagonales se coupent en leur milieu.

Les diagonales de $ABDC$ sont $[BC]$ et $[AD]$.

K étant le milieu de $[BC]$. Il faut donc déterminer les coordonnées du point D de façon que K soit aussi le milieu de $[AD]$.

En notant x_K et y_K les coordonnées du point K , on écrit les égalités correspondantes :

$$\begin{cases} x_K = \frac{x_A + x_D}{2} \\ y_K = \frac{y_A + y_D}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} -1,75 = \frac{1 + x_D}{2} \\ 0,25 = \frac{1 + y_D}{2} \end{cases} \quad \text{On remplace avec les valeurs connues}$$

$$\begin{cases} 2 \times (-1,75) = 1 + x_D \\ 2 \times 0,25 = 1 + y_D \end{cases} \quad \text{On multiplie par 2 chaque membre (ou on fait un produit en croix, au choix...)}$$

$$\begin{cases} -3,5 = 1 + x_D \\ 0,5 = 1 + y_D \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3,5 - 1 = 1 + x_D - 1 \\ 0,5 - 1 = 1 + y_D - 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{On retranche 1 dans chaque membre} \\ \text{On retranche 1 dans chaque membre} \end{array}$$

$$\begin{cases} -4,5 = x_D \\ -0,5 = y_D \end{cases}$$

Les coordonnées du point D sont $(-4,5 ; -0,5)$.

4. Le point E est le symétrique du point C par rapport au point A signifie que A est le milieu de $[EC]$.

En notant x_E et y_E les coordonnées du point E , on obtient :

$$\begin{cases} x_A = \frac{x_E + x_C}{2} \\ y_A = \frac{y_E + y_C}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 = \frac{x_E + (-2)}{2} \\ 1 = \frac{y_E + (-2)}{2} \end{cases} \quad \text{On remplace avec les valeurs connues}$$

$$\begin{cases} 2 \times 1 = x_E - 2 \\ 2 \times 1 = y_E - 2 \end{cases} \quad \text{On multiplie par 2 chaque membre (ou on fait un produit en croix, au choix...)}$$

$$\begin{cases} 2 = x_E - 2 \\ 2 = y_E - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 + 2 = x_E - \cancel{2} + \cancel{2} \\ 2 + 2 = y_E - \cancel{2} + \cancel{2} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{On ajoute 2 dans chaque membre} \\ \text{On ajoute 2 dans chaque membre} \end{array}$$

$$\begin{cases} 4 = x_E \\ 4 = y_E \end{cases}$$

Le point E a pour coordonnées $(4 ; 4)$.

5. a.

$$\begin{aligned} AF &= \sqrt{(x_F - x_A)^2 + (y_F - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(3 - 1)^2 + (-1 - 1)^2} \\ &= \sqrt{(2)^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{4 + 4} \\ &= \sqrt{8} \end{aligned}$$

On a donc $AE = \sqrt{18}$, $EF = \sqrt{26}$ et $AF = \sqrt{8}$.

La plus grande longueur étant EF (si le triangle est rectangle, il ne peut l'être qu'en A) :

$$\left. \begin{array}{l} AE^2 + AF^2 = 18 + 8 = 26 \\ EF^2 = 26 \end{array} \right\} \quad \text{Ainsi } AE^2 + AF^2 = EF^2$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AEF est rectangle en A .

- b. Le centre de son cercle circonscrit se situe au milieu de l'hypoténuse, soit au milieu de $[EF]$.

En notant L ce point, on obtient :

$$x_L = \frac{x_E + x_F}{2} = \frac{4 + 3}{2} = 3,5.$$

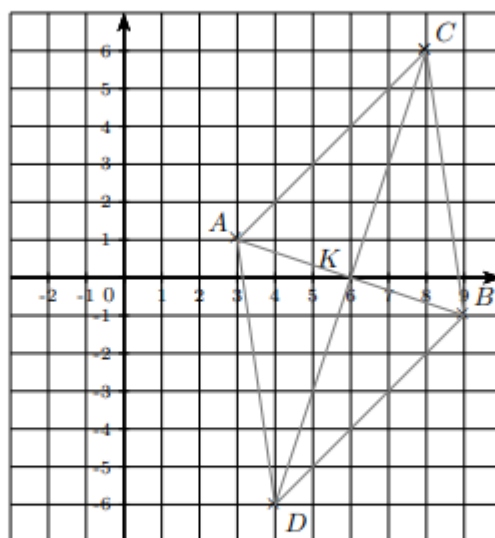
$$y_L = \frac{y_E + y_F}{2} = \frac{4 + (-1)}{2} = 1,5.$$

Le centre du cercle circonscrit du triangle AEF a pour coordonnées $(3,5 ; 1,5)$.

Son rayon r est donné par $\frac{EF}{2}$ soit $r = \frac{\sqrt{26}}{2}$.

Exercice 25 de la fiche d'exercices

1.



2. a. $ACBD$ est un parallélogramme si et seulement si ses diagonales se coupent en leur milieu.
Les diagonales de $ACBD$ sont $[AB]$ et $[CD]$.
En notant K le milieu de $[AB]$ et L le milieu de $[CD]$, on obtient :

$$x_K = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{3 + 9}{2} = 6.$$

$$y_K = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1 + (-1)}{2} = 0.$$

Ainsi $K(6 ; 0)$.

$$x_L = \frac{x_C + x_D}{2} = \frac{8 + 4}{2} = 6.$$

$$y_L = \frac{y_C + y_D}{2} = \frac{6 + (-6)}{2} = 0.$$

Ainsi $L(6 ; 0)$.

Les points K et L ont les mêmes coordonnées. Ils sont donc confondus.

Les diagonales de $ACBD$ se coupent en leur milieu, c'est donc un parallélogramme.

- b. On calcule AC :

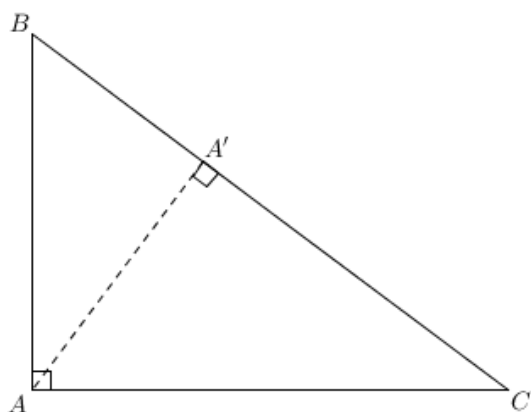
$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(8 - 3)^2 + (6 - 1)^2} \\ &= \sqrt{(5)^2 + 5^2} \\ &= \sqrt{25 + 25} \\ &= \sqrt{50} \end{aligned}$$

Ainsi, on constate que $BC = AC$. Donc ABC est isocèle en C .

- c. Un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur est un losange.

Ici, $ACBD$ est un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs de même longueur, c'est donc un losange.

Exercice 26 de la fiche d'exercices



On appelle A' le projeté orthogonal de A sur $[BC]$.

Dans le triangle ABC rectangle en A , on applique le théorème de Pythagore.

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ &= 36 + 64 \\ &= 100 \end{aligned}$$

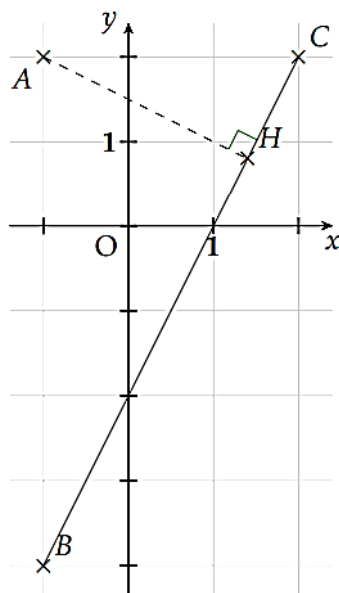
Par conséquent $BC = 10$.

On peut calculer l'aire $\mathcal{A}$ du triangle ABC de deux façons:

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \frac{AB \times AC}{2} = \frac{8 \times 6}{2} = 24 \text{ cm}^2 \\ \mathcal{A} &= \frac{AA' \times BC}{2} \Leftrightarrow 24 = \frac{AA' \times 10}{2} \Leftrightarrow AA' = \frac{24}{5} \end{aligned}$$

La distance du point A au côté $[BC]$ est donc égale à $\frac{24}{5}$ cm.

Exercice 27 de la fiche d'exercices



$$AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \sqrt{\left(\frac{7}{5} - (-1)\right)^2 + \left(\frac{4}{5} - 2\right)^2} = \sqrt{\frac{12^2}{5} + \left(-\frac{6}{5}\right)^2} =$$

$$\boxed{\sqrt{\frac{36}{5}}} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$$

Exercice 14 de la fiche d'exercices

1) $AB = 10, BC = \sqrt{18}, CD = 10, AD = \sqrt{18}$

Donc $ABCD$ est un rectangle.

Par ailleurs, on a : $AC = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ et $BD = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$

On a $AC \neq BD$ donc $ABCD$ n'est pas un rectangle.

2) Notons $(x_E; y_E)$ les coordonnées du point E .

On a : $\frac{2+x_E}{2} = 4$ d'où $x_E = 6$ et $\frac{5+y_E}{2} = 1$ d'où $y_E = -3$

Le point E a donc pour coordonnées $(4; -3)$.

3) $CE = 4, ED = \sqrt{52}, AD = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

Le quadrilatère $ACED$ est donc un quadrilatère quelconque.

Exercice 15 de la fiche d'exercices

1) $AB = \sqrt{25} = 5$ donc le point B appartient au cercle de centre A et de rayon 5.

2) $AC = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$. Cette affirmation est donc vraie.

3) On a : $AB = BC = CD = AD = 5$ donc $ABCD$ est un losange.

De plus les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ sont de même longueur, donc $ABCD$ est un carré.

4) $AE = \sqrt{52}$ et $BE = \sqrt{53}$ donc E n'appartient pas à la médiatrice du segment $[AB]$.

Exercice 16 de la fiche d'exercices

Dans ce repère, on a : $A(2; -4), B(5; 1), C(0; 4)$ et $D(-3; 1)$.

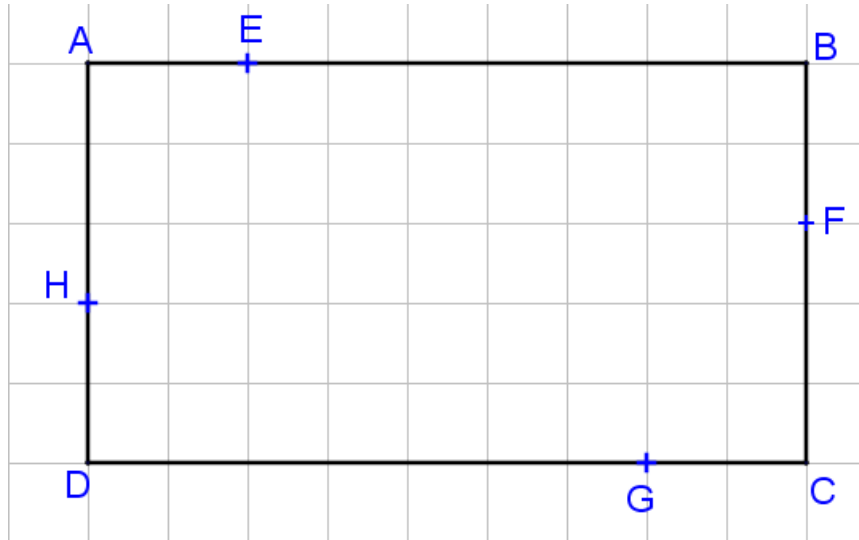
1) $OA = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$. Cette affirmation est donc vraie.

2) $BC = \sqrt{34}, CD = \sqrt{18}$ et $BD = \sqrt{64}$. On a : $BD^2 \neq BC^2 + CD^2$ donc d'après le théorème de Pythagore, le triangle BCD n'est pas rectangle.

3) $AI = BI = CI = DI = \sqrt{17}$ donc les points A, B, C et D appartiennent au cercle de centre I .

Exercice 17 de la fiche d'exercices

1)



2) a) Les points A, B et D sont distincts et ne sont pas alignés, donc $(A ; B, D)$ est un repère du plan.

b) On a : $A(0; 0), B(1; 0), C(1; 1), D(0; 1), E\left(\frac{2}{9}; 0\right), F\left(1; \frac{2}{5}\right), G\left(\frac{7}{9}; 1\right)$ et $H\left(0; \frac{3}{5}\right)$.

3) On a : $EF = GH = \frac{1}{5}$ et $FG = EH = \frac{\sqrt{829}}{45}$ donc $EFGH$ est un parallélogramme.

Exercice 18 de la fiche d'exercices

1) $OA = 6, OB = 8$ et $AB = 10$

On a : $AB^2 = OA^2 + OB^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle OAB est rectangle en O .

2) Le triangle OAB étant un triangle rectangle, le centre C de son cercle circonscrit est donc le milieu de son hypoténuse.

On a : $x_C = \frac{0+8}{2} = 4$ et $y_C = \frac{6+0}{2} = 3$

3) $AC = \frac{AB}{2} = 5$

Exercice 19 de la fiche d'exercices

1) $EA = EB = EC = ED$ donc les points A, B, C et D appartiennent au même cercle de centre E .

2) a) $AB = \sqrt{10}, BC = 8, CD = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ et $AD = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

b) $AC = 3\sqrt{10}$ et $BD = 7\sqrt{2}$

3) $AC \times BD = 3\sqrt{10} \times 7\sqrt{2} = 21\sqrt{20} = 21 \times 2\sqrt{5} = 42\sqrt{5}$

$AB \times CD + AD \times BC = \sqrt{10} \times 5\sqrt{2} + 4\sqrt{5} \times 8 = 5\sqrt{20} + 32\sqrt{5} = 10\sqrt{5} + 32\sqrt{5} = 42\sqrt{5}$

Exercice 20 de la fiche d'exercices

1) $AB = \sqrt{5}$, $AC = \sqrt{45}$ et $BC = \sqrt{50}$

On a : $AC^2 = AB^2 + BC^2$ donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B .

2) Appelons A_{ABC} l'aire du triangle ABC .

$$\text{On a : } A_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{\sqrt{45} \times \sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{225}}{2}$$

D'autre part, on a aussi :

$$A_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2}$$

$$\frac{\sqrt{225}}{2} = \frac{\sqrt{50} \times AH}{2}$$

$$\sqrt{225} = \sqrt{50} \times AH$$

$$AH = \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{50}}$$

$$AH = \sqrt{\frac{225}{50}}$$

$$AH = \sqrt{\frac{9}{2}}$$

$$AH = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

Exercice 21 de la fiche d'exercices

1) a) $A(0; 0)$, $B(1; 0)$ et $C(0; 1)$

$$M\left(\frac{1}{2}; 0\right), N\left(0; \frac{1}{2}\right), P\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \text{ et } Q\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$$

b) En utilisant la formule, on trouve que le milieu de $[AP]$ a aussi pour coordonnées $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{4}\right)$. On en déduit donc que Q est le milieu de $[AP]$.

2) a) $AM = PN = \frac{1}{2}$ et $AN = PM = \frac{1}{2}$ donc $AMPN$ est un losange, et plus particulièrement un losange.

b) On en déduit que les diagonales de $AMPN$ se coupent en leur milieu. Donc le point Q est aussi le milieu du segment $[AP]$.

Exercice 22 de la fiche d'exercices

1) $OI = OJ = OK = \sqrt{10}$. Donc les points J et K appartiennent à $\mathcal{C}$.

2) a) $AI + IB = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$ et $AB = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$ d'où $AI + IB = AB$ et donc le point I appartient au segment $[AB]$.

b) $AJ + JC = AC = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$ donc le point J appartient au segment $[AC]$.

$BK + KC = BC = \sqrt{250} = 5\sqrt{10}$ donc le point K appartient au segment $[BC]$.

3) a) En utilisant l'égalité de Pythagore, on démontre que le triangle AIO est rectangle en I . Donc les droites (AB) et (OI) sont perpendiculaires.

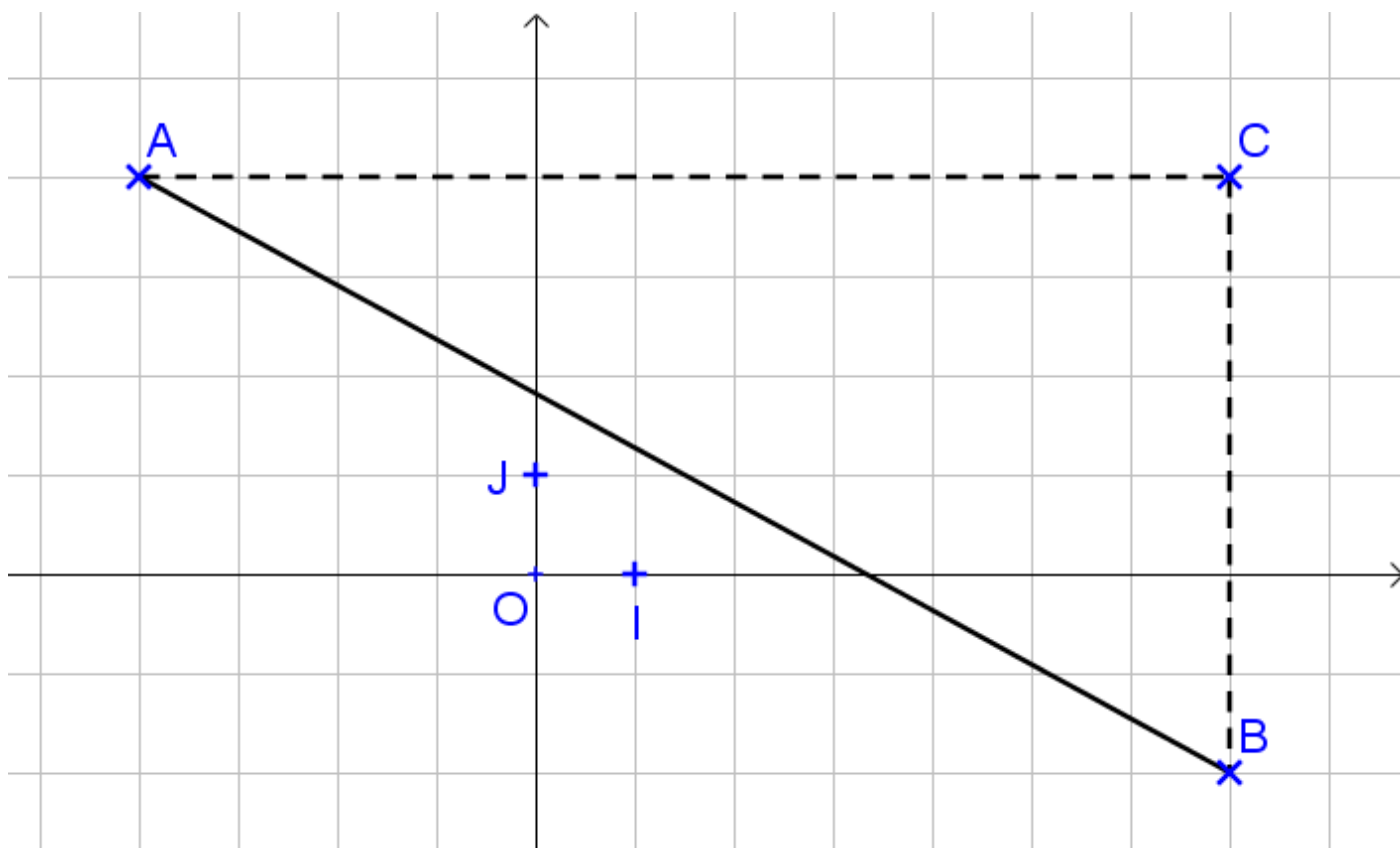
b) On montre que OKB est un triangle rectangle en K avec l'égalité de Pythagore et on en déduit ainsi que (BC) est tangente au cercle $\mathcal{C}$ en K .

On fait de même avec le triangle OJA .

4) Le cercle $\mathcal{C}$ est le cercle inscrit dans le triangle ABC donc (OA) , (OB) et (OC) sont les bissectrices du triangle ABC .

Exercice 11 de la fiche d'exercices

1)



2) a) On a : $AC = x_C - x_A = x_B - x_A$

b) On a : $BC = y_B - y_C = y_B - y_A$

3) Le triangle ABC est rectangle en C .

D'après l'égalité de Pythagore, on a : $AB^2 = AC^2 + BC^2$

4) On a :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$AB^2 = (x_C - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

$$AB = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$