

Question de cours : /2

Démontrer que pour tout nombres complexes z et z' : $\overline{zz'} = \bar{z} \times \bar{z'}$

Exercice 1. /4

Soit $z = x + iy$ avec x et y réels ; on note Z le nombre complexe : $Z = iz - 2\bar{z} + 1$.

1. Calculer en fonction de x et y la partie réelle et la partie imaginaire de Z .
2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $Z = 0$ d'inconnue z .

Exercice 2. /4

Pour tout nombre complexe $z \neq 2$, on pose :

$$Z = \frac{iz}{z-2}$$

1. Montrer que

$$Z + \bar{Z} = \frac{2i(\bar{z} - z)}{(z-2)(\bar{z}-2)}$$

2. En déduire une condition nécessaire et suffisante pour que Z soit un imaginaire pur.

Exercice 3. /4

Ecrire la matrice $A = (a_{ij}) \in \mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ et A^t dans les cas suivants :

1. $n = 2, p = 3$ et $a_{ij} = j^2 - i$
2. $n = 3, p = 3$ et $a_{ij} = \begin{cases} i^2 & \text{si } i > j \\ j & \text{sinon} \end{cases}$

Exercice 4. /2

On donne la matrice $A = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ avec $x \in \mathbb{R}$.

Déterminer le réel x pour que $A^2 = \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 11 \end{pmatrix}$

Exercice 5. /4

Soit la matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $6A - A^2$.
2. En déduire que A est inversible et que sa matrice inverse A^{-1} peut s'écrire sous la forme : $A^{-1} = \alpha I_2 + \beta A$, où α, β sont deux réels que l'on déterminera.