

Contrôle sur les congruences

Question de cours : Donner une des définitions de la congruence $a \equiv b(n)$ dans le cas où a, b et n sont des entiers naturels et $b < n$

Exercice 1

Pour chaque valeur de a donnée, trouver un entier relatif x tel que $a \equiv x(7)$ et $-3 \leq x < 4$

1. $a = 11$
2. $a = 62$
3. $a = -12$
4. $a = -47$

Exercice 2

A l'aide des congruences, déterminer le reste de la division euclidienne de 39^{60} par 7

Exercice 3

On veut montrer que l'équation (E): $11x^2 - 7y^2 = 5$ n'a pas de solution entière.

1. On suppose qu'il existe une solution $(x; y)$. En raisonnant modulo 5, montrer que l'équation (E) peut se mettre sous la forme : $x^2 \equiv 2y^2(5)$
2. Compléter les tableaux de congruence suivants :

$x \equiv \dots (5)$	0	1	2	3	4
$x^2 \equiv \dots (5)$					

$y \equiv \dots (5)$	0	1	2	3	4
$2y^2 \equiv \dots (5)$					

3. Montrer à l'aide du tableau que x et y sont multiples de 5
4. A l'aide de l'équation (E) montrer que x et y ne peuvent pas être des multiples de 5 et qu'il ne peut donc pas y avoir de solution entière à l'équation (E)

Exercice BONUS

A la pointe ouest de l'île de Ré, se situe le grand phare des baleines. L'escalier qui mène au sommet a un nombre de marches compris entre 246 et 260.

Ted et Laure sont deux sportifs. Laure qui est plus jeune monte les marches 4 par 4 et à la fin il lui reste 1 marche.

Ted, lui, monte les marches 3 par 3 et à la fin il lui reste 2 marches.

Combien l'escalier compte-t-il de marches ?