

Activité d'introduction

Grégoire a pris des cours de tirs à l'issue desquels la probabilité qu'il atteigne sa cible est $p = \frac{3}{4}$.

1) On suppose qu'il fait deux tirs et on note X la variable aléatoire associant à cette épreuve le nombre de succès obtenus. ($X = 0, 1$ ou 2)

Calculer la probabilité des événements $[X = 0]$, $[X = 1]$ et $[X = 2]$. (On pourra s'aider d'un arbre pondéré et on désignera par S les succès et E les échecs).

2) On suppose maintenant qu'il fait six tirs et on note Y le nombre de succès obtenus. ($Y \in \{0 ; 1 ; \dots ; 6\}$)

On voudrait calculer la probabilité de l'événement $[Y = 4]$.

a) Peut-on encore facilement raisonner à l'aide d'un arbre ?

b) Calculer la probabilité qu'il commence par quatre succès suivis de deux échecs.

c) Mais les succès et les échecs n'apparaissent pas nécessairement dans cet ordre. Parmi les "mots" de six lettres qui ne contiennent que des S et des E , combien contiennent exactement quatre fois la lettre S ?

d) En déduire la probabilité de l'événement $[Y = 4]$.

N°1

1 On considère un tirage au sort dans une urne contenant cinq boules rouges et six boules noires.

1. On tire trois boules dans l'urne avec remise.

a) Ces trois tirages successifs sont-ils indépendants ?

b) Calculer la probabilité d'obtenir une boule rouge puis deux boules noires, dans cet ordre.

2. Mêmes questions pour trois tirages sans remise.

N°2

40 En 2018, 87,9 % des TGV sont arrivés à l'heure (source SNCF).

1. Expliquer pourquoi l'expérience aléatoire correspondant au fait de prendre un TGV et de regarder s'il est à l'heure ou non à l'arrivée est une épreuve de Bernoulli.

2. Préciser la probabilité p d'un succès (pour 2018).

N°3

3 On lance 3 fois successivement une pièce truquée de sorte que la probabilité d'obtenir PILE est 0,75 et on s'intéresse au nombre de PILE obtenus.

1. Justifier que l'on peut associer la situation à un schéma de Bernoulli. Préciser n le nombre de répétitions et p la probabilité d'un succès.

2. Représenter ce schéma de Bernoulli par un arbre.

3. Calculer la probabilité d'obtenir exactement une fois PILE.

N°4

4 Sylvain joue cinq fois de suite à un jeu vidéo sur son téléphone pour lequel sa probabilité de succès est 0,1.

1. Quelle hypothèse doit-on faire sur chaque partie pour que ces cinq parties soient assimilables à un schéma de Bernoulli ?

2. Quelle est la probabilité qu'il perde ces cinq parties ?

N°5

5 On lance 20 fois une pièce équilibrée et on considère la variable aléatoire X qui donne le nombre de FACE obtenus.

1. Justifier que X suit une loi binomiale.

2. Calculer $p(X = 11)$.

N°6

8 On considère la variable aléatoire Y qui suit la loi $\mathcal{B}(30 ; 0,85)$.

Calculer $p(Y < 24)$ et $p(21 < Y < 25)$.

N°7

39 Dans un lycée, 71 % des élèves de Première ont choisi la spécialité mathématiques.

On tire au sort un élève de Première dans ce lycée et on regarde s'il a opté pour la spécialité mathématiques ou non. Expliquer en quoi cette expérience aléatoire est une épreuve de Bernoulli, préciser à quoi peut correspondre un succès puis donner la probabilité p d'un succès.

N°8

47 On considère la fonction Python ci-dessous.

```
def bernoulli2():
    if random.random() <= 0.41:
        x=0
    else:
        x=1
    return x
```

Justifier que la variable aléatoire X donnant la valeur renvoyée par la fonction `bernoulli2` suit une loi de Bernoulli et donner le paramètre de cette loi.

N°9

55 À l'arrivée d'un train Paris-Toulon dont le départ a eu lieu à 7 h 07 du matin, on demande à 10 passagers tirés au hasard s'ils ont dormi ou non durant le voyage et on considère la variable aléatoire X donnant le nombre de personnes ayant dormi parmi eux.

Pour un train partant à cette heure, on considère que la probabilité qu'un passager s'endorme est 0,68.

On considère par ailleurs que les endormissements des uns et des autres sont indépendants.

1. Justifier que X suit une loi binomiale et en donner les paramètres.

2. Calculer $p(X = 8)$, $p(X = 9)$ et $p(X = 10)$.

3. Quelle est la probabilité que 8 personnes ou plus se soient endormies parmi les 10 ?

N°10

61 La probabilité de gagner à un jeu de grattage est de 0,1. On considère 1 000 joueurs ayant joué à ce jeu dont on suppose que leurs résultats (« gagné » ou « perdu ») sont indépendants et on appelle G la variable aléatoire donnant le nombre de gagnants parmi ces 1 000 joueurs.

Déterminer la probabilité qu'il y ait :

- a)** plus de 100 gagnants ;
- b)** moins de 85 gagnants ;
- c)** entre 95 (inclus) et 105 (inclus) gagnants ;
- d)** entre 90 (exclu) et 110 (exclu) gagnants.

N°11

82 Lors d'une communication électronique, (NSI) tout échange d'information se fait par l'envoi d'une suite de 0 ou de 1, appelés bits. Une suite de 8 bits est appelée octet. Par exemple, 10010110 est un octet.

On se place dans le cas où l'on envoie successivement 8 bits qui forment un octet, on suppose la transmission de chaque bit indépendante de la transmission des autres bits et on admet que la probabilité qu'un bit soit mal transmis est égale à 0,01.

On note X la variable aléatoire égale au nombre de bits mal transmis dans l'octet lors de cette communication.

1. Quelle est la loi de probabilité suivie par la variable X ? Justifier.

2. Déterminer la probabilité qu'exactement deux bits de l'octet soient mal transmis.

3. Que peut-on penser de l'affirmation suivante : « La probabilité que le nombre de bits mal transmis de l'octet soit au moins égal à trois est négligeable » ?

D'après Bac.

N°12

A l'aide de la table de la calculatrice

97 Soit X qui suit la loi $\mathcal{B}(45 ; 0,78)$. Déterminer le plus grand k tel que :

- a)** $p(X \geq k) > 0,9$.
- b)** $p(X \geq k) \geq 0,05$.

N°13

91 Zack doit choisir un nouveau bassiste pour son groupe de rock dont le prochain concert est dans 30 jours. Il auditionne deux bassistes :

- Tristane qui annonce pouvoir faire 20 répétitions mais dont la réputation prétend qu'elle ne se présente pas aux répétitions 40 % du temps ;
- Rob qui annonce pouvoir faire 15 répétitions mais dont la réputation prétend qu'il ne se présente pas aux répétitions 20 % du temps.

On admet l'hypothèse d'indépendance sur les présences aux répétitions d'un jour à l'autre et on appelle T et R les variables aléatoires donnant le nombre de répétitions assurées respectivement par Tristane et Rob dans le cas où ils sont choisis.



Déterminer lequel des deux bassistes choisir pour intégrer le groupe de Zack dans chacun des cas suivants :

- a)** Tristane et Rob ont besoin d'au moins 10 répétitions pour être au point pour le concert.
- b)** Tristane et Rob ont besoin d'au moins 15 répétitions pour être au point pour le concert.