

N°1

1) $f(x) = 3$

$F(x) = 3x$

2) $f(x) = 2x + 1$

$F(x) = x^2 + x$

3) $f(x) = x^3$

$F(x) = \frac{1}{4} x^4$

4) $f(x) = x^2 + x + 1$

$F(x) = \frac{1}{3} x^3 + \frac{1}{2} x^2 + x$

5) $f(x) = 1 - 3x$

$F(x) = x - 3 \times \frac{1}{2} x^2 = x - \frac{3}{2} x^2$

6) $f(x) = 4x^3$

$F(x) = 4 \times \frac{1}{4} x^4 = x^4$

7) $f(x) = 1 - 2x^2$

$F(x) = x - 2 \times \frac{1}{3} x^3 = x - \frac{2}{3} x^3$

8) $f(x) = e^{2x}$

$F(x) = \frac{1}{2} e^{2x}$

9) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

$F(x) = 2\sqrt{x}$

10) $f(x) = 1 - \frac{3}{\sqrt{x}} = 1 - 3 \times \frac{1}{\sqrt{x}}$

$F(x) = x - 3 \times 2\sqrt{x} = x - 6\sqrt{x}$

11) $f(x) = \frac{1}{x^2}$

$F(x) = -\frac{1}{x}$

12) $f(x) = \frac{4}{x^6} = 4 \times x^{-6}$

$F(x) = 4 \times \left(-\frac{1}{5}\right) x^{-5} = -\frac{4}{5} \times \frac{1}{x^5} = -\frac{4}{5x^5}$

13) $f(x) = \frac{2}{\sqrt{x}} = 2 \times \frac{1}{\sqrt{x}}$

$F(x) = 2 \times 2\sqrt{x} = 4\sqrt{x}$

14) $f(x) = \frac{1}{4x^3} = \frac{1}{4} \times x^{-3}$

$F(x) = \frac{1}{4} \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times x^{-2} = -\frac{1}{8} \times \frac{1}{x^2} = -\frac{1}{8x^2}$

15) $f(x) = 3e^x$

$F(x) = 3e^x$

16) $f(x) = -e^x$

$F(x) = -e^x$

De manière générale, pour $f(x) = e^{ax}$
avec $a \in \mathbb{R}$ constante non nulle.
Une primitive est $F(x) = \frac{1}{a} e^{ax}$.

N°2

$$1) f(x) = (x+3)^4 = u'(x) \times [u(x)]^4$$

$$\text{avec } u(x) = x+3$$

$$u'(x) = 1$$

Une primitive de $u \cdot u^4$ est $\frac{1}{5} u^5$

Donc une primitive de f a pour expression $F(x) = \frac{1}{5} (x+3)^5$

$$2) f(x) = (2-x)^3 = (-1) \times (-1) \times (2-x)^3 = (-1) \times u'(x) \times [u(x)]^3$$

$$\text{avec } u(x) = 2-x$$

$$u'(x) = -1$$

Une primitive de $u \cdot u^3$ est $\frac{1}{4} u^4$.

Donc une primitive de f a pour expression $F(x) = (-1) \times \frac{1}{4} (2-x)^4$

$$F(x) = -\frac{1}{4} (2-x)^4$$

$$3) f(x) = (2x-3)^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times (2x-3)^2 = \frac{1}{2} \times u'(x) \times [u(x)]^2$$

$$\text{avec } u(x) = 2x-3$$

$$u'(x) = 2$$

Une primitive de $u \cdot u^2$ est $\frac{1}{3} u^3$.

Donc une primitive de f a pour expression $F(x) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} (2x-3)^3$

$$F(x) = \frac{1}{6} (2x-3)^3$$

$$4) f(x) = x(x^2+1)^6 = \frac{1}{2} \times 2x \times (x^2+1)^6 = \frac{1}{2} \times u'(x) \times [u(x)]^6$$

$$\text{avec } u(x) = x^2+1$$

$$u'(x) = 2x$$

Une primitive de $u \cdot u^6$ est $\frac{1}{7} u^7$.

$$5) f(x) = 3x^2 (x^3-2)^3 = u'(x) \times [u(x)]^3$$

$$\text{avec } u(x) = x^3-2$$

$$u'(x) = 3x^2$$

Une primitive de $u \cdot u^3$ est $\frac{1}{4} u^4$.

Donc une primitive de f a pour expression $F(x) = \frac{1}{4} (x^3-2)^4$

$$6) f(x) = x^4 (1-x^5)^2 = \frac{1}{5} \times (-5x^4) (1-x^5)^2 = -\frac{1}{5} \times u'(x) \times [u(x)]^2$$

$$\text{avec } u(x) = 1-x^5$$

$$u'(x) = -5x^4$$

Une primitive de $u \cdot u^2$ est $\frac{1}{3} u^3$.

Donc une primitive de f a pour expression $F(x) = -\frac{1}{5} \times \frac{1}{3} (1-x^5)^3$

$$F(x) = -\frac{1}{15} (1-x^5)^3$$

$$7) f(x) = x(2x^2-3)^4 = \frac{1}{4} \times 4x \times (2x^2-3)^4 = \frac{1}{4} \times u'(x) \times [u(x)]^4$$

$$\text{avec } u(x) = 2x^2-3$$

$$u'(x) = 4x$$

Une primitive de $u \cdot u^4$ est $\frac{1}{5} u^5$.

Donc une primitive de f a pour expression $F(x) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} (2x^2-3)^5$

$$F(x) = \frac{1}{20} (2x^2-3)^5$$

$$8) f(x) = \frac{-1}{(1+x)^2} = -1 \times (1+x)^{-2} = -1 \times 1 \times (1+x)^{-2} = -1 \times u'(x) \times [u(x)]^{-2}$$

$$\text{avec } u(x) = 1+x$$

$$u'(x) = 1$$

Une primitive de $u \cdot u^{-2}$ est $-u^{-1}$

Donc une primitive de f a pour expression $F(x) = -1 \times (- (1+x)^{-1})$

$$F(x) = (1+x)^{-1}$$

$$F(x) = \frac{1}{1+x}$$

$$9) f(x) = \frac{2}{(3x+1)^2} = 2 \times (3x+1)^{-2} = 2 \times \frac{1}{3} \times 3 \times (3x+1)^{-2} = \frac{2}{3} \times u'(x) \times [u(x)]^{-2}$$

$$\text{avec } u(x) = 3x+1$$

$$u'(x) = 3$$

Une primitive de $u \cdot u^{-2}$ est $-u^{-1}$

Donc une primitive de f a pour expression

$$F(x) = \frac{2}{3} \times (- (3x+1)^{-1}) = -\frac{2}{3} (3x+1)^{-1} = -\frac{2}{3} \times \frac{1}{3x+1}$$

N°3

$$1) f(x) = \frac{6x+4}{\sqrt{3x^2+4x}} = \frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$$

$$\text{avec } u(x) = 3x^2+4x$$

$$u'(x) = 6x+4$$

Une primitive de $\frac{u'}{\sqrt{u}}$ est $2\sqrt{u}$

Donc une primitive de f a pour expression

$$F(x) = 2\sqrt{3x^2+4x}$$

$$2) f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x}} = \frac{1}{2} \times \frac{2(x-2)}{\sqrt{x^2-4x}} = \frac{1}{2} \times \frac{2x-4}{\sqrt{x^2-4x}} = \frac{1}{2} \times \frac{u'(x)}{\sqrt{u(x)}}$$

$$\text{avec } u(x) = x^2-4x$$

$$u'(x) = 2x-4$$

Une primitive de $\frac{u'}{\sqrt{u}}$ est $2\sqrt{u}$.

Donc une primitive de f a pour expression :

$$F(x) = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{x^2-4x} = \sqrt{x^2-4x}$$

$$3) f(x) = x e^{x^2} = \frac{1}{2} \times 2x \times e^{x^2} = \frac{1}{2} \times u'(x) e^{u(x)} \quad 4) f(x) = (2x-5) e^{x^2-5x+3} = u'(x) e^{u(x)}$$

avec $u(x) = x^2$

$u'(x) = 2x$.

Une primitive de $u'e^u$ est e^u .

Donc une primitive de f a pour expression.

$$F(x) = \frac{1}{2} e^{x^2}.$$

avec $u(x) = x^2 - 5x + 3$

$u'(x) = 2x - 5$.

Une primitive de $u'e^u$ est e^u .

Donc une primitive de f a pour expression

$$F(x) = e^{x^2-5x+3}$$

N°4

1) a) $f(x) = 6x^2 + 8x - 5$.

Les primitives de f sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$F(x) = 6 \times \frac{1}{3} x^3 + 8 \times \frac{1}{2} x^2 - 5x + k, \text{ avec } k \in \mathbb{R} \text{ constante.}$$

$$= 2x^3 + 4x^2 - 5x + k$$

b) On cherche k tel que $F(1) = 0$

$$F(1) = 0 \Leftrightarrow 2 \times 1^3 + 4 \times 1^2 - 5 \times 1 + k = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 + 4 - 5 + k = 0$$

$$\Leftrightarrow 1 + k = 0$$

$$\Leftrightarrow k = -1.$$

La primitive de f qui s'annule en 1 est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = 2x^3 + 4x^2 - 5x - 1$.

2) a) $g(x) = 10x - 1$.

Les primitives de g sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$G(x) = 10 \times \frac{1}{2} x^2 - x + k, \text{ avec } k \in \mathbb{R} \text{ constante.}$$

$$= 5x^2 - x + k$$

b) On cherche k tel que $G(4) = 2$.

$$G(4) = 2 \Leftrightarrow 5 \times 4^2 - 4 + k = 2$$

$$\Leftrightarrow 76 + k = 2$$

$$\Leftrightarrow k = 2 - 76 = -74.$$

La primitive G de g telle que $G(4) = 2$ a pour expression

$$G(x) = 5x^2 - x - 74.$$