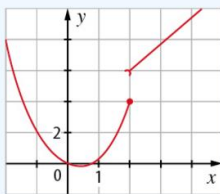


Capacité 1 p 203

Étudier la continuité d'une fonction

On considère une fonction définie sur $[-2; 4]$ dont on donne la courbe $\mathcal{C}_f$ ci-contre.

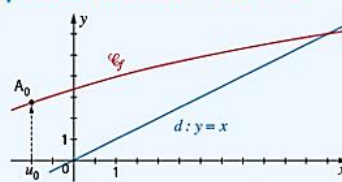
- 1 La fonction f est-elle continue en 2 ?
- 2 La fonction f est-elle continue en -1 ?



Capacité 2 p 203

Étudier une suite définie par une relation de récurrence

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = -1$ et pour tout naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$ où f est la fonction définie sur $[-2; +\infty[$ par $f(x) = 2\sqrt{x+3}$. On donne ci-contre la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ de la fonction f ainsi que la droite d d'équation $y = x$.



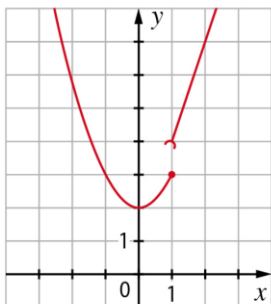
- 1 Sur l'axe des abscisses, on a placé u_0 . Reproduire ce schéma et construire u_1, u_2 et u_3 en laissant apparents les traits de construction.
- 2 Étudier les variations de f sur $[-2; +\infty[$.
- 3 Démontrer par récurrence que la suite (u_n) est croissante et majorée par 6.
- 4 Justifier que (u_n) converge vers un réel L puis déterminer L .

N°45 p 214

45 Soit b un réel, et soit f la fonction définie sur $[-3; 4]$ par $f(x) = x^2 + bx + 2$ si $-3 \leq x \leq 1$ et $f(x) = 3x + 1$ si $1 < x \leq 4$.

On a tracé la courbe de f ci-contre, pour une certaine valeur de b .

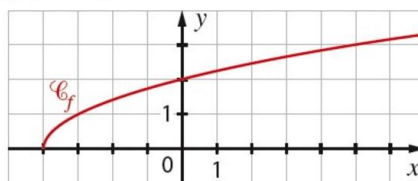
1. Déterminer à l'aide du graphique la valeur de b .
2. Sur ce graphique, f est-elle continue en tout point de $[-3; 4]$? Sinon, déterminer la valeur de b pour laquelle f est continue sur $[-3; 4]$.



N°51 p 214

51 QCM Choisir la ou les bonnes réponses.

Soit f la fonction définie sur $[-4; +\infty[$ dont on donne la courbe représentative ci-dessous. On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = -2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout entier naturel n .



1. La suite (u_n) est :
a. croissante. b. décroissante. c. non monotone.
2. La suite (u_n) :
a. converge vers 5. b. diverge vers $+\infty$.
c. converge vers un réel L de l'intervalle $[2; 3]$.

Capacité 3 p 205

Étudier les solutions d'une équation du type $f(x) = k$

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

- 1 Justifier que l'équation $f(x) = 0$ a au moins une solution dans l'intervalle $[0; 1]$.
- 2 a. Justifier que f est strictement croissante sur $]1; +\infty[$.
b. Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ a une unique solution dans l'intervalle $]1; +\infty[$.

Capacité 4 p 205

Donner un encadrement de la solution d'une équation

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

On a démontré dans la **capacité 3** que l'équation $f(x) = 0$ a une unique solution dans l'intervalle $]1; +\infty[$. On note α cette solution.

- 1 **CALC** Donner un encadrement d'amplitude 0,01 de α par « balayage » avec la calculatrice.
- 2 La fonction dichotomie étant celle définie dans le cours p. 204, que renvoie l'appel `dichotomie(1, 2, 0.1)` pour la fonction f définie ci-dessus ?

EXEMPLE : Encadrement par la méthode de dichotomie de l'unique solution sur $[-3; 2]$, de l'équation $x^3 - 5x + 2 = 0$.

REMARQUES : f doit être une fonction continue, strictement monotone sur l'intervalle $[a; b]$ et telle que $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires ; e est l'amplitude de l'encadrement demandé.

Pour tester si $f(a)$ et $f(m)$ sont de signes contraires, on teste le signe de leur produit. Cet algorithme ne teste pas le cas où m est la solution ! L'appel `dichotomie(-3, -2, 0.1)` renvoie : $(-2, 4375, -2, 375)$.

```
1 from math import*
2 def f(x):
3     y=x**3-5*x+2
4     return y
5 def dichotomie(a,b,e):
6     while(b-a)>=e:
7         m=(a+b)/2
8         if f(a)*f(m)<0:
9             b=m
10        else:
11            a=m
12        return a,b
```

N° 53 p 215

53 Capacité 3, p. 205

Soit f la fonction définie sur $[-2; +\infty[$ par $f(x) = x^3 - 6x + 1$.

1. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[-2; 2]$.
2. a. Montrer que f est strictement croissante sur $[2; +\infty[$.
b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ a une unique solution dans l'intervalle $[2; +\infty[$.

N° 56 p 215

56 **CALC** f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{4x+7} + x^3 - 10$.

1. Étudier le sens de variation de f sur $\mathbb{R}$.
2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ possède une unique solution α dans $\mathbb{R}$.
3. Déterminer un encadrement de α à 10^{-2} près.

59 **TABLEUR** Soit f la fonction définie sur $[0; 4]$ par :

$$f(x) = x^3 + 3\sqrt{x} - 5.$$

- Étudier les variations de f sur $[0; 4]$.
- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ a une unique solution α dans l'intervalle $[0; 4]$.
- La feuille de calcul ci-contre permet d'automatiser le calcul de $f(x)$ pour x variant de 0 à 4 avec un pas entré en C2 pouvant être modifié.
 - Quelle formule destinée à être recopiée vers le bas peut-on saisir dans la cellule A3 pour obtenir les valeurs de x dans la colonne A ?
 - Quelle formule destinée à être recopiée vers le bas peut-on saisir dans la cellule B2 ?
- Donner un encadrement à 0,01 près de α .

	A	B	C
1	x	$f(x)$	Pas
2	0	-5	0,1
3	0,1		
4	0,2		
5	0,3		
6	0,4		

61 **PYTHON** **Comprendre un programme**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + x^2 - 5$.

- Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[1; 2]$.
- On considère le programme Python donné ci-contre.
 - Que renvoie l'appel `sol(3)` ?
 - Quelle valeur doit-on donner à l'entier n lors de l'appel `sol(n)` pour obtenir un encadrement d'amplitude 0,0625 de α ?

```

1 def f(x):
2     return(x**3+x**2-5)
3 def sol(n):
4     a=1
5     b=2
6     for k in range(n):
7         m=(a+b)/2
8         if f(a)*f(b)<0:
9             a=m
10        else:
11            b=m
12    return(a,b)

```

Sujet D p 231

Partie A

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 10]$ par :

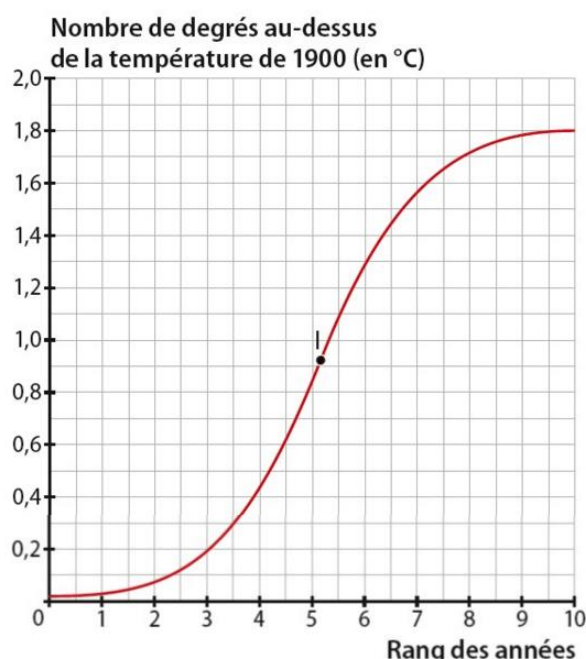
$$f(x) = \frac{1}{e^{-0,6} + e^{4,5-x}}.$$

On note f' la fonction dérivée de f sur l'intervalle $[0; 10]$.

- Pour tout réel x de $[0; 10]$, calculer $f'(x)$.
- Soit f'' la fonction dérivée seconde de f sur $[0; 10]$.

Montrer que $f''(x) = \frac{e^{4,5-x}(e^{4,5-x} - e^{-0,6})}{(e^{-0,6} + e^{4,5-x})^3}.$

- Montrer que sur $[0; 10]$, l'inéquation $e^{4,5-x} - e^{-0,6} \geq 0$ est équivalente à $x \leq \frac{51}{10}$.
- En déduire le signe de f'' sur l'intervalle $[0; 10]$.
- Soit $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f . Montrer, à l'aide de la question 2., que $\mathcal{C}_f$ admet un point d'inflexion noté I.
- En utilisant les résultats de la question 2., déterminer l'intervalle sur lequel la fonction f est concave.



Partie B

Dans toute cette partie, les températures seront exprimées en degrés Celsius, notés °C.

La COP21, conférence sur les changements climatiques des Nations Unies, a adopté le 12 décembre 2015, le premier accord universel sur le climat.

Cet accord confirme l'objectif, d'ici l'année 2100, que la température terrestre ne dépasse pas de plus de 2 °C la température de l'année 1900.

On modélise, par la fonction f de la partie A., une évolution de température possible permettant d'atteindre l'objectif de l'accord de Paris.

La courbe $\mathcal{C}_f$ est tracée ci-dessous, et I est son point d'inflexion. Sur l'axe des abscisses, l'année 1900 correspond à 0 et une unité représente 25 ans. L'année 1925 correspond à 1. Sur l'axe des ordonnées, on a représenté le nombre de degrés Celsius au-dessus de la température de 1900.

- Calculer $f(10)$, en arrondissant le résultat au centième.
- En déduire qu'en 2150, avec ce modèle, l'objectif de l'accord de Paris sera respecté.

2. a. En utilisant la partie A., déterminer l'année correspondant à l'abscisse du point d'inflexion I de la courbe $\mathcal{C}_f$. Arrondir le résultat à l'unité.

b. Calculer, pour cette année-là, le nombre de degrés Celsius supplémentaires par rapport à 1900.

3. On appelle vitesse du réchauffement climatique la vitesse d'augmentation du nombre de degrés Celsius. On admet que, à partir de 1900, la vitesse du réchauffement climatique est modélisée par la fonction f' .

a. Est-il vrai de dire qu'après 2030, la température terrestre diminuera ? Justifier la réponse.

b. Est-il vrai de dire qu'après 2030, la vitesse du réchauffement climatique diminuera ? Justifier la réponse.

4. Pour sauvegarder les îles menacées par la montée des eaux, la température terrestre ne doit pas dépasser de plus de 1,5 °C la température de l'année 1900.

Déterminer graphiquement l'année au cours de laquelle la température terrestre atteindra ce seuil, selon ce modèle.