

Exercice : (10 points) Soit la suite (u_n) définie par :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{3-u_n} \\ u_0 = \frac{1}{2} \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N} \quad \text{et on considère la suite}$$

$$(v_n)_{n \in \mathbb{N}} \text{ définie par : } v_n = 1 - \frac{2}{u_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

- 1) Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique
- 2) En déduire que

$$u_n = \frac{2}{1+3^{n+1}}$$

- 3) Démontrer le résultat du 2) par récurrence
- 4) Calculer la limite de la suite (u_n)