

N° 1

Déterminer un nombre dérivé

1. On considère une fonction dont la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ est donnée ci-contre.

a) Graphiquement, déterminer $f'(0)$, $f(0)$, $f'(1)$ et $f(1)$.

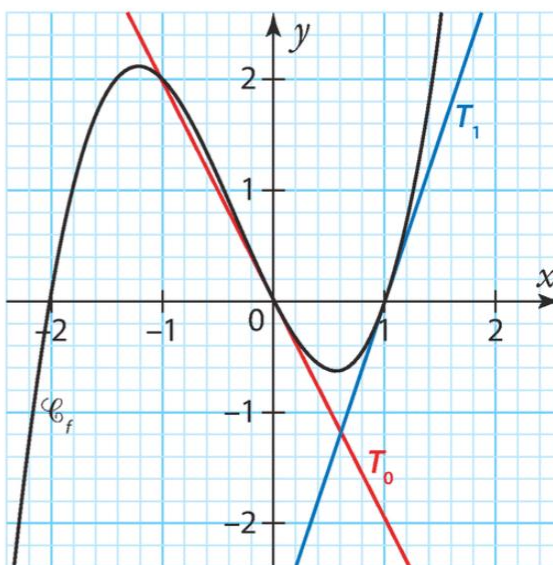
b) Graphiquement, déterminer les abscisses pour lesquelles la tangente à $\mathcal{C}_f$ est horizontale.

2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3$.

a) Calculer $g'(3)$ et $g'(-3)$.

Que remarquez-vous ? Justifier.

b) Déterminer l'abscisse positive a pour laquelle $g'(a) = 12$.



N°2

Déterminer une équation de tangente

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 3x + 1$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

a) Calculer $f'(2)$ et $f(2)$.

b) En déduire l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 2, notée T_2 .

2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^x$.

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse 0, notée T_0 .

N° 3

Calculer des dérivées

Calculer les dérivées des fonctions suivantes.

a) $f(x) = \frac{2}{3}x^3 + 3\sqrt{x}$

b) $g(x) = 4x - \frac{7}{x}$

c) $h(x) = xe^x$

d) $i(x) = \frac{x^2e^x + 3}{x + 5}$

N°4 N°25 p 153

25 Schéma de composition

1. Donner le schéma de composition de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^{x^2+1}$$

2. Même question avec la fonction g définie sur $]-2; +\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$$

N°5 N°46 p 154

46 Soit f et g les fonctions définies par $f(x) = \sqrt{x+1}$ et $g(x) = \frac{1}{x}$.
Calculer $g \circ f(1)$ et $f \circ g(3)$.

N°6

48

Algo

On considère les fonctions en langage Python suivantes.

1. Que renvoie la saisie $f(1)$?
2. Que renvoie la saisie $g(1)$?
3. Proposer une modification de l'algorithme pour que $f(1) = g(1)$.

```
def f(x) :
    x=x+3
    return (1/x)
def g(x) :
    x=1/x
    return (x+3)
```

1 Voir des fonctions... à l'intérieur d'autres fonctions !

A ► Schéma de composition avec deux fonctions

On considère la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{3x}$.

1. Calculer $f(1)$. Lors de ce calcul, quelle a été la dernière opération effectuée ?
2. Un élève tente d'expliquer à un autre comment calculer $f(x)$: « Tu prends un nombre x puis tu le multiplies par 3 et tu prends la racine carrée du nombre obtenu ». D'après cette phrase, compléter la procédure ci-après.

$$x \xrightarrow{u} u(x) = \dots \xrightarrow{v} v(u(x)) = v(\dots) = \dots$$

3. Lequel des deux algorithmes ci-contre, écrits en langage Python, retourne $f(x)$?

Algorithme A :

```
def f(x):
    x = 3*x
    return (sqrt(x))
```

Algorithme B :

```
def f(x):
    x = sqrt(x)
    return (3*x)
```

4. Soit u et v les fonctions définies par $u(x) = \sqrt{x}$ et $v(x) = 3x$.
 - a) Donner les domaines de définition de u et de v notés respectivement D_u et D_v .
 - b) Exprimer $u(v(x))$ et $v(u(x))$ en fonction de x .
 - c) On note $u \circ v$ (et on lit « u rond v ») la fonction qui à x , associe $u(v(x))$ et $v \circ u$ la fonction qui à x , associe $v(u(x))$. Déterminer les domaines de définition de $u \circ v$ et de $v \circ u$ notés respectivement $D_{u \circ v}$ et $D_{v \circ u}$. Sont-ils égaux ?
5. Montrer que $u \circ v(0) = v \circ u(0)$ mais que $u \circ v(4) \neq v \circ u(4)$. Qu'en conclure ?

B ► Schéma de composition avec trois fonctions

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$. Soit u, v et w les fonctions définies par $u : x \rightarrow \frac{1}{x}$, $v : x \rightarrow x^2$ et $w : x \rightarrow x + 1$. Donner le schéma de composition de f puis montrer que $u \circ v \circ w = (u \circ v) \circ w = u \circ (v \circ w)$.

2 Étudier une dérivée

On considère la fonction u définie par $u(x) = e^{x^2}$ représentée graphiquement par la courbe $\mathcal{C}_u$ ci-contre. On admet que u est la composée $v \circ w$ des fonctions $v : x \rightarrow e^x$ et $w : x \rightarrow x^2$.

On considère les fonctions $f : x \rightarrow 2xe^{2x}$, $g : x \rightarrow 2xe^{x^2}$ et $h : x \rightarrow e^{2x}$.

1. À l'aide du graphique, dresser le tableau de variations de la fonction u .
2. Dresser les tableaux de signes des fonctions f, g et h .
3. Parmi les fonctions f, g et h représentées ci-contre par les courbes $\mathcal{C}_f$, $\mathcal{C}_g$ et $\mathcal{C}_h$, laquelle pourrait être la fonction dérivée de la fonction u ?
4. Quelle forme pourrait la dérivée d'une fonction composée $v \circ w$?

5. Soit u et v des fonctions quelconques telles que $u \circ v$ soit dérivable sur un intervalle I . Soit a un réel de I .

- a) Vérifier que, pour tout réel h strictement positif, $\frac{u \circ v(a+h) - u \circ v(a)}{h} = \frac{u \circ v(a+h) - u \circ v(a)}{v(a+h) - v(a)} \times \frac{v(a+h) - v(a)}{h}$.

- b) Calculer $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{u \circ v(a+h) - u \circ v(a)}{h}$ et en déduire que $(u \circ v)' = (u' \circ v) \times v'$.

Coups de pouce . Faire le lien entre signe des potentielles fonctions dérivées et variation de la fonction initiale.
• À partir de la courbe $\mathcal{C}_u$, déterminer des nombres dérivés.

