

N°1

$$u_0 = 3^0 - 1 = 0$$

$$u^5 = 3^5 - 1 = 242$$

N°2

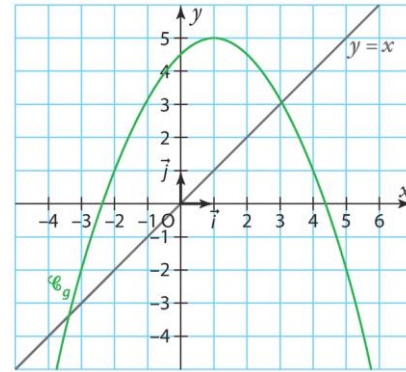
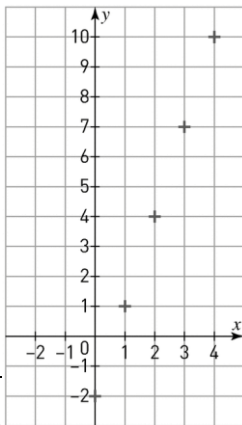
$$v_0 = 3$$

$$v_1 = 2v_0 - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$$

$$v_2 = 2v_1 - 1 = 2 \times 5 - 1 = 9$$

$$v_3 = 2v_2 - 1 = 2 \times 9 - 1 = 17$$

N°3



N°4

a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$\begin{aligned} 2. v_0 &= -3; v_1 = -2; v_2 = 1; v_3 = 5; v_4 = -2 \\ &= n^2 + 2n + 1 - 8 - n^2 + 8 \\ &= 2n + 1 \end{aligned}$$

Donc $u_{n+1} - u_n > 0$.Donc la suite (u_n) est strictement croissante.b) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n > 0$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{2^{n+1}}{2^n} = \frac{2^{n+1}}{3^n} \times \frac{3^{n-1}}{2^n} = \frac{2}{3} < 1$$

Donc la suite (v_n) est strictement décroissante.

N°5

$$1. 1500 \times \left(1 - \frac{30}{100}\right) + 500 = 1550$$

Donc il y aura 1 550 élèves inscrits le 1^{er} septembre 2021.2. Soit u_n le nombre d'élèves inscrits le 1^{er} septembre 2020 + n . $u_0 = 1\,500$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = \left(1 - \frac{30}{100}\right)u_n + 500 = 0,7u_n + 500$$

N°6

6. Utiliser les suites arithmétiques et géométriques1. a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + (-3)$.Donc (u_n) est une suite arithmétique de raison $r = -3$.Donc pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = u_0 + n \times r$ Donc $u_n = 5 - 3n$ b) $u_{10} = 5 - 3 \times 10 = -25$ 2. a) Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} = 2 \times v_n$ Donc (v_n) est une suite géométrique de raison $q = 2$.Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = v_1 \times q^{n-1}$ Donc $v_n = 3 \times 2^{n-1}$ b) $v_{10} = 3 \times 2^{10-1} = 1\,536$

N°7

$$a) 1 + 2 + \dots + 150 = \frac{150 \times 151}{2} = 11\,325$$

$$b) 50 + 51 + \dots + 150 = 1 + 2 + \dots + 150 - (1 + 2 + \dots + 49)$$

$$= 11\,325 - \frac{49 \times 50}{2}$$

$$= 10\,100$$

N°8

$$\begin{aligned} 1. S &= u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{20} & S_2 &= u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_9 \\ &= u_0 + u_0 + r + u_0 + 2r + \dots + u_0 + 20r & &= u_0 + u_0 \times q + \dots + u_0 \times q^9 \\ &= 21 \times u_0 + r \times (1 + 2 + \dots + 20) & &= u_0 \times (1 + q + \dots + q^9) \\ &= 21 \times u_0 + r \times \frac{20 \times 21}{2} & &= u_0 \times \frac{1 - q^{10}}{1 - q} \\ &= 21 \times (-2) + 4 \times \frac{20 \times 21}{2} & &= \frac{1}{2} \times \frac{1 - 3^{10}}{1 - 3} \\ &= 798 & &= 14\,762 \end{aligned}$$

Partie A : L'accord de Kyoto (1997)

Le principal gaz à effet de serre (GES) est le dioxyde de carbone, noté CO_2 .

En 2011, la France a émis 486 mégatonnes de GES en équivalent CO_2 contre 559 mégatonnes en 1990.

1. Dans l'accord de Kyoto, la France s'est engagée à réduire ses GES de 8 % entre 1990 et 2012.

Peut-on dire qu'en 2011 la France respectait déjà cet engagement? Justifier la réponse.

Solution : Le taux d'évolution entre les années 1990 et 2011 est de

$$\frac{486 - 559}{559} \times 100 \approx -13\%$$

En 2011 la France respectait donc ses engagements.

2. Sachant que les émissions de 2011 ont marqué une baisse de 5,6 % par rapport à 2010, calculer le nombre de mégatonnes en équivalent CO_2 émises par la France en 2010. Arrondir le résultat à 0,1.

Solution : Le coefficient multiplicateur associé à une baisse de 5,6% est

$$c = 1 - 0,056 = 0,944.$$

En 2010, le France avait donc émis $\frac{486}{0,944} \approx 514,8$ mégatonnes d'équivalent CO_2 .

Partie B : Étude des émissions de gaz à effet de serre d'une zone industrielle

Un plan de réduction des émissions de gaz à effet de serre (GES) a été mis en place dans une zone industrielle. On estime que, pour les entreprises déjà installées sur le site, les mesures de ce plan conduisent à une réduction des émissions de 2 % d'une année sur l'autre et que, chaque année, les implantations de nouvelles entreprises sur le site génèrent 200 tonnes de GES en équivalent CO_2 .

En 2005, cette zone industrielle a émis 41 milliers de tonnes de CO_2 au total.

Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis dans cette zone industrielle au cours de l'année 2005 + n .

1. Déterminer u_0 et u_1 .

Solution : u_0 est le nombre de milliers de tonnes de CO_2 émis en 2005 donc

$$u_0 = 41$$

En 2006, une économie de 2 % a été faite par rapport à l'année précédente donc une multiplication par $1 - 0,02 = 0,98$, mais l'implantation des nouvelles entreprises génère 0,2 milliers de tonnes d'émission

$$\text{on a donc } u_1 = 0,98u_0 + 0,2 = 40,38$$

2. Montrer que, pour tout entier naturel n , on a : $u_{n+1} = 0,98 \times u_n + 0,2$.

Solution : Les émissions de l'année 2005 + n diminuent de 2 % en 1 an donc elles sont multipliées par 0,98 puis on ajoute les 200 tonnes supplémentaires soit 0,2 millier de tonnes

$$\text{On a donc bien : } \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 0,98u_n + 0,2$$

3. On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = u_n - 10$.

- a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison 0,98. Préciser son premier terme.

Solution : $\forall n \in \mathbb{N}, v_{n+1} = u_{n+1} - 10 = 0,98u_n + 0,2 - 10 = 0,98u_n - 9,8 = 0,98(u_n - 10) = 0,98v_n$
 (v_n) est donc géométrique de raison $q = 0,98$ et de premier terme $v_0 = u_0 - 10 = 31$

- b. Exprimer v_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .

Solution : $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = v_0 \times q^n = 31 \times 0,98^n$

- c. En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 31 \times (0,98)^n + 10$.

Solution : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = v_n + 10 = 31 \times (0,98)^n + 10$

4. a. Calculer la limite de la suite (u_n) .

Solution : $-1 < 0,98 < 1$ donc $\lim_{n \rightarrow +\infty} (0,98)^n = 0$ et par opération sur les limites on a $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 10$

- b. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Solution : Cette limite signifie qu'à long terme les émissions de GES vont se stabiliser aux environs de 10 milliers de tonnes.

5. À l'aide de l'algorithme ci-dessous, on se propose de déterminer l'année à partir de laquelle la zone industrielle aura réduit au moins de moitié ses émissions de CO_2 , par rapport à l'année 2005.

- a. Recopier et compléter les lignes 7 et 9 de l'algorithme.

Solution :

```
1 Variables
2   U est du type nombre
3   n est du type nombre entier
4 Début Algorithme
5   U prend la valeur 41
6   n prend la valeur 0
7   Tant que (U > 20,5) faire
8     Début Tant que
9     U prend la valeur 0,98U + 0,2
10    n prend la valeur n + 1
11   Fin Tant que
12   Afficher n
13 Fin Algorithme
```

- b. L'algorithme affiche 54. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Solution : Il faudra donc attendre 54 ans, donc l'année 2059, pour que les émissions de GES aient diminué de moitié dans la zone industrielle par rapport à 2015