

Exercice 1.

Déterminer la forme algébrique des nombres complexes suivants :

$$z_1 = (2 + 3i)(2 - i) \quad z_2 = (3 + i\sqrt{3})^2 \quad z_3 = \frac{4 - 2i}{1 + i}$$

Exercice 2.

Existe-t-il un nombre réel a tel que : $(a^2 + a + 2) + (a + 3)i = 14 + 2ai$? Si oui, lequel ?

Exercice 3.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{C}$ par : $f(z) = z^2 - 2iz + 2$

a) Montrer que l'image d'un imaginaire pur est un réel.

On se propose d'étudier la réciproque : Si $f(z)$ est réel, z est-il toujours imaginaire pur ? Pour cela, on écrit z sous forme algébrique : $z = x + iy$ avec x et y réels.

b) Montrer que la forme algébrique de $f(z)$ est : $f(z) = (x^2 - y^2 + 2y + 2) + 2ix(y - 1)$.

c) Trouver tous les nombres $z \in \mathbb{C}$ tels que $f(z)$ soit un réel et répondre à la question.

Exercice 4.

1. En posant $z = x + iy$ avec x et y réels, montrer que résoudre l'équation : $2iz - \bar{z} + 1 = 0$ (E) équivaut à résoudre le système :

$$\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

2. Résoudre le système puis donner la solution sous forme algébrique de l'équation (E).