

Capacité 1 p 51

Représenter des combinaisons linéaires de vecteurs donnés

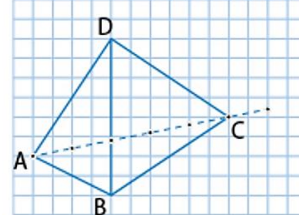
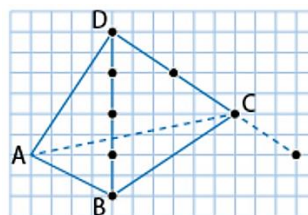
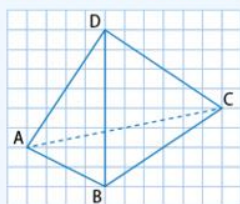
ABCD est un tétraèdre représenté en perspective sur un papier quadrillé.

1 Reproduire ce tétraèdre sur une feuille.

2 Placer les points R et S définis par :

a. $\vec{DR} = \frac{1}{4}\vec{DB} + \frac{3}{2}\vec{DC}$

b. $\vec{AS} = \frac{6}{5}\vec{AC} + \vec{BD}$



Capacité 2 p 51

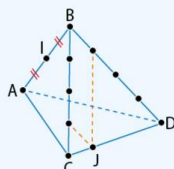
Exploiter une figure pour exprimer un vecteur comme une combinaison linéaire de vecteurs

ABCD est un tétraèdre. On appelle I le milieu de [AB] et J un point sur [CD].

1 À l'aide des graduations régulières de la figure, exprimer $\vec{BJ}$ comme combinaison linéaire des vecteurs $\vec{BC}$ et $\vec{BD}$.

2 Exprimer le vecteur $\vec{IB}$ en fonction de $\vec{AB}$.

3 En déduire une expression de $\vec{IJ}$ comme combinaison linéaire des vecteurs $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ et $\vec{AD}$.



Capacité 3 p 53

Démontrer un alignement avec le calcul vectoriel

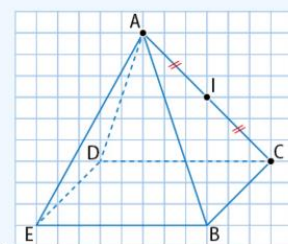
ABCDE est une pyramide de sommet A et de base le parallélogramme BCDE. On appelle I le milieu de [AC].

1 Reproduire la figure et placer le point G défini par $\vec{AG} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{3}\vec{AD}$.

2 Exprimer $\vec{EG}$ en fonction des vecteurs $\vec{AE}$, $\vec{AB}$ et $\vec{AD}$.

3 Exprimer $\vec{EI}$ en fonction des vecteurs $\vec{AE}$, $\vec{AB}$ et $\vec{AD}$.

4 En déduire que les points E, I et G sont alignés.



N° 51 p 66

51 ABCDEFGH est un cube.

Les points K et L sont tels que :

$$\vec{AK} = \frac{3}{2}\vec{AC} \text{ et } \vec{AL} = 3\vec{AE}.$$

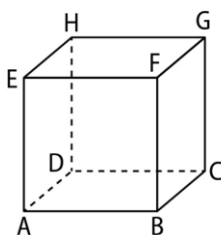
1. Réaliser une figure.

2. a. Exprimer $\vec{AG}$ en fonction de $\vec{AC}$ et $\vec{AE}$.

b. En déduire que $\vec{KG} = -\frac{1}{2}\vec{AC} + \vec{AE}$.

3. a. Exprimer $\vec{KL}$ en fonction de $\vec{AC}$ et $\vec{AE}$.

b. En déduire que K, G et L sont alignés.



Capacité 4 p 53

Montrer que des vecteurs sont coplanaires

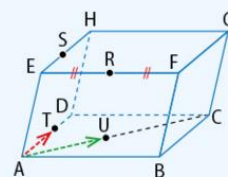
ABCDEFGH est un parallélépipède. R est le milieu de [EF] et S est le milieu de [EH].

Les points T et U sont définis par les égalités vectorielles $\vec{AT} = \frac{2}{3}\vec{AD}$ et $\vec{AU} = \frac{1}{3}\vec{AC}$.

1 Exprimer les vecteurs $\vec{TU}$, $\vec{TR}$ et $\vec{TS}$ en fonction de $\vec{AB}$, $\vec{AD}$ et $\vec{AE}$.

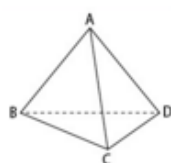
2 Calculer $9\vec{TU} + 6\vec{TS}$.

3 En déduire que les vecteurs $\vec{TU}$, $\vec{TR}$ et $\vec{TS}$ sont coplanaires. Que peut-on en déduire pour les points T, U, R et S ?



N°57 p 67

ABCD est un tétraèdre



I, J, K et L sont les milieux respectifs des arêtes [AB], [AC], [AD] et [CD].

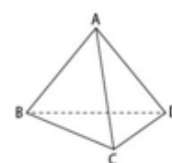
1. Justifier que $\vec{IJ} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}$.

2. Justifier que $\vec{KL} = \frac{1}{2}\vec{AC}$.

3. En déduire que $\vec{IJ}$, $\vec{KL}$ et $\vec{AB}$ sont coplanaires.

N°58 p 67

ABCD est un tétraèdre



58 I est le milieu de [BC], J est le milieu de [BD], E et F sont définis par les égalités vectorielles $\vec{CE} = 2\vec{CD}$ et $\vec{BF} = \vec{AE}$.

1. Exprimer $\vec{AB} + \vec{AC}$ en fonction de $\vec{AI}$.

2. a. Démontrer que $\vec{AF} - 2\vec{AI} = 2\vec{CD}$.

b. En déduire que $\vec{AF} - 2\vec{AI} = 4\vec{IJ}$.

c. Que peut-on dire des vecteurs $\vec{AI}$, $\vec{AJ}$ et $\vec{AF}$?

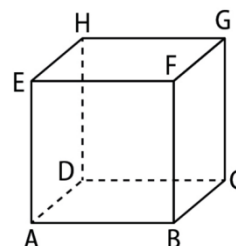
N°63 p 67

ABCDEFGH est un cube

Le point K est tel que :

$$\vec{AK} = 6\vec{AB} + 2\vec{AD} - 3\vec{AE}$$

- Exprimer $\vec{EG}$, $\vec{EB}$ et $\vec{EK}$ en fonction de $\vec{AB}$, $\vec{AD}$ et $\vec{AE}$
- Déterminer deux réels x et y tels que $\vec{EK} = x\vec{EG} + y\vec{EB}$
- Que peut-on en déduire pour les vecteurs $\vec{EG}$, $\vec{EB}$ et $\vec{EK}$?
- Que peut-on alors dire des points B, E, G et K ?

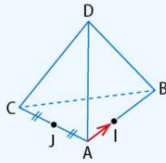


Capacité 5 p 55

Décrire la position relative de deux droites

ABCD est un tétraèdre. Le point I est défini par $\vec{AI} = \frac{1}{3}\vec{AB}$ et le point J est le milieu du segment [AC].

- 1 Démontrer que les droites (IJ) et (BC) sont sécantes.
- 2 En utilisant un raisonnement par l'absurde, démontrer que les droites (IJ) et (AD) ne sont pas parallèles.



Capacité 6 p 55

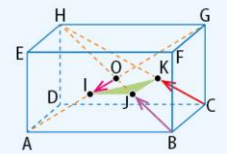
Décrire la position relative de deux plans

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle de centre O.

On définit les points I, J et K par les égalités vectorielles :

$$\vec{OI} = \frac{1}{3}\vec{OA} ; \vec{OJ} = \frac{2}{3}\vec{OB} \text{ et } \vec{OK} = \frac{1}{3}\vec{OH}.$$

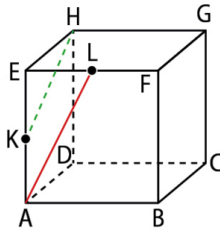
- 1 Démontrer que les droites (IJ) et (AB) sont parallèles.
- 2 a. Exprimer $\vec{BJ}$ en fonction de $\vec{BH}$.
b. Démontrer que les plans (IJK) et (ABC) sont parallèles.



N°64 p 67

64 Capacité 5, p. 55

ABCDEFGH est un cube, K est le milieu de [AE] et L est le milieu de [EF].



1. a. Justifier que K appartient au plan (ADH).
b. Justifier que les vecteurs $\vec{AD}$ et $\vec{KH}$ ne sont pas colinéaires.
c. Que peut-on en déduire pour les droites (AD) et (KH) ?
2. À l'aide d'un raisonnement par l'absurde, démontrer que les droites (AL) et (KH) ne sont pas parallèles.

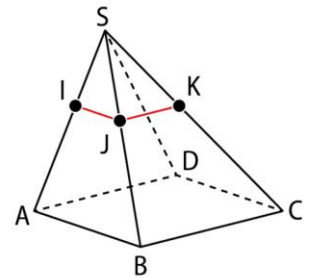
N°69 p 68

69 Capacité 6, p. 55

SABCD est une pyramide dont la base ABCD est un parallélogramme. Les points I, J et K sont tels que :

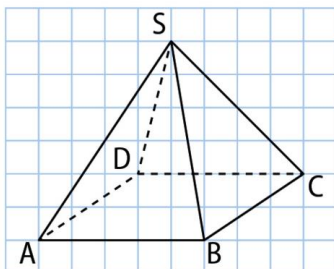
$$\vec{SI} = \frac{1}{3}\vec{SA}, \vec{SJ} = \frac{1}{3}\vec{SB} \text{ et } \vec{SK} = \frac{1}{3}\vec{SC}.$$

1. Justifier que $\vec{IJ}$ et $\vec{AB}$ sont colinéaires puis que $\vec{JK}$ et $\vec{BC}$ sont colinéaires.
2. Démontrer que les plans (IJK) et (ABC) sont parallèles.



N°68 p 68

1. Reproduire la pyramide SABCD ci-dessous.



2. Placer les points E et F définis par $\vec{AE} = \frac{2}{3}\vec{AS}$ et $\vec{SF} = \frac{3}{4}\vec{SC}$.
3. Démontrer que les droites (EF) et (AC) sont sécantes puis construire leur point d'intersection.