

Exercice 1

Simplifier les expressions suivantes :

$$\exp(3) \times \exp(5)$$

$$\exp(-2) \times \exp(4)$$

$$\exp(x) \times \exp(x+3)$$

$$\exp(-x) \times \exp(x)$$

$$\frac{1}{\exp(-5)}$$

$$(\exp(5))^3$$

$$\exp(1) \times \exp(x)$$

$$\frac{\exp(2x-5)}{\exp(x+3)}$$

Exercice 2

Simplifier les expressions suivantes :

$$e^{-7} \times e^3$$

$$\frac{1}{e}$$

$$\frac{e^{-3}}{e^2}$$

$$(e^2)^3$$

$$e^{-1} \times e^{-5}$$

$$\frac{1}{e^{-1}}$$

$$\frac{e}{e^{-1}}$$

$$(e^3)^2$$

$$e^2 \times e$$

$$\frac{1}{e^2}$$

$$\frac{e^{-2}}{e}$$

$$(e^{-1})^6$$

$$e \times e^{-1}$$

$$\frac{1}{e^{-3}}$$

$$\frac{e^2 \times e^{-3}}{e^5}$$

$$e \times (e^{-2})^3$$

Exercice 3

Simplifier les expressions suivantes :

$$e^x \times e^5$$

$$e^x \times e^x$$

$$(e^x)^4$$

$$e^{-x} \times e^2$$

$$e^{-x} \times e^x$$

$$(e^{2x})^{-1}$$

$$e^{-2x} \times e^{-1}$$

$$e^{1-x} \times e^{-1-x}$$

$$(e^{-x+1})^2$$

Exercice 4

1. Démontrer que pour tout réel x ,

$$\exp(2x) - 1 = \exp(x)(\exp(x) - \exp(-x))$$

2. Démontrer que pour tout réel x ,

$$(\exp(x) - 1)(\exp(-x) + 1) = \exp(x) - \exp(-x)$$

3. Démontrer que pour tout réel x ,

$$\frac{1 + e^{2x}}{1 + e^x} = \frac{e^{-x} + e^x}{e^{-x} + 1}$$

Exercice 5

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$e^{2x} = e^5$$

$$e^x - 1 = 0$$

$$e^{x^2} = e^{x+1}$$

$$3e^{3x-42} + 1 = 4$$

$$e^x = e$$

$$e^{-x} = 1$$

$$e^{-2x} - 1 = 0$$

$$(e^x - e^2)(e^{-x} + 5) = 0$$

$$e^x = -1$$

$$e^{2-x} = 1$$

$$e^{5x+1} = e \times e^{2x}$$

$$e^{5x} = \frac{e^{-x}}{e}$$

Exercice 6

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $X^2 + 6X - 7 = 0$
2. En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $e^{2x} + 6e^x - 7 = 0$

Exercice 7

1. Démontrer que l'équation $e^x - 2e^{-x} + 1 = 0$ est équivalente à l'équation $(e^x)^2 + e^x - 2 = 0$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ de l'équation $e^x - 2e^{-x} + 1 = 0$

Exercice 8

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$e^{x+1} \leq e^5$	$e^{-x} < e^4$	$1 - e^{x^2-1} \geq 0$
$e^{3-x} > e^2$	$e^{-x^2} - e \times e^{7x-9} \leq 0$	$e^{x+3} \geq \frac{1}{e}$

Exercice 9

Déterminer les signes des expressions suivantes données sur $\mathbb{R}$

$0,5 + e^x$	$-10e^x$	$5e^x - xe^x$
$1 + 0,4e^x$	$\frac{e^x}{e^x + 1}$	$4e^{-x} - x^2e^{-x}$

Exercice 10

1. En factorisant, justifier que $e^{2x} - e^x$ est du signe de $e^x - 1$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^x - 1 = 0$ et l'inéquation $e^x - 1 > 0$
3. En déduire le tableau de signe de $e^{2x} - e^x$ sur $\mathbb{R}$

Exercice 11

1. Démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $-2e^{2x} + e^x + 1 = (2e^x + 1)(1 - e^x)$
2. En déduire le tableau de signe de $-2e^{2x} + e^x + 1$ sur $\mathbb{R}$

Exercice 12

1. Factoriser le polynôme du second degré $-5X^2 + 3X + 2$
2. En déduire une factorisation de $-5e^{2x} + 3e^x + 2$
3. Étudier le signe de $-5e^{2x} + 3e^x + 2$ sur $\mathbb{R}$

Exercice 13

Déterminer la fonction dérivée des fonctions suivantes :

$$f(x) = 2e^x$$

$$f(x) = 2x + e^x$$

$$f(x) = e^{9x}$$

$$f(x) = 2 - e^x$$

$$f(x) = e^{-3x+7}$$

$$f(x) = 5e^{2x-7}$$

Exercice 14

Étudier les variations des fonctions suivantes :

$$f(x) = 1 + 3e^x$$

$$g(x) = 3x + 2e^x$$

$$h(x) = 1 - x - e^x$$

Exercice 15

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (5 - x)e^x$

1. Exprimer $f'(x)$ en fonction de x
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$
3. Construire le tableau de variations de f

Exercice 16

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = xe^x - 1$

1. Exprimer $f'(x)$ en fonction de x
2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$
3. Construire le tableau de variations de f

Exercice 17

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x^2}{2e^x}$

1. Calculer $f'(x)$ et justifier que $f'(x)$ est du signe de $2x - x^2$
2. En déduire les variations de f

Exercice 18

Soit f la fonction définie sur $[2; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{e^x}{x^2 - 3}$

1. Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in [2; +\infty[$ et justifier que $f'(x)$ est du signe de $x^2 - 2x - 3$ sur $]3; +\infty[$
2. En déduire les variations de f sur $[2; +\infty[$.

Exercice 19

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = xe^{-2x}$

1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = (1 - 2x)e^{-2x}$
2. Étudier les variations de la fonction f

Exercice 20

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (1+2x)e^{3x}$. On note C_f la courbe représentative de f dans un repère.

1. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$
2. Déterminer une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 0
3. Étudier la position relative de C_f par rapport à l'axe des abscisses.

Exercice 21

Soit f la fonction exponentielle définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^x$

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère. On note T la tangente à C_f au point d'abscisse 1.

1. Démontrer qu'une équation de T est $T : y = ex$.
2. À l'aide de la calculatrice, faire une conjecture sur la position relative de C_f par rapport à T .
3. Soit d la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $d(x) = e^x - ex$.
 - a. Exprimer $d'(x)$ en fonction de x .
 - b. Étudier le signe de $d'(x)$, puis montrer que la fonction d possède un minimum que l'on précisera.
4. Démontrer la conjecture faite en question 1.