

DENOMBREMENTS, COMBINATOIRE

EXERCICES CORRIGES

Produit cartésien (ou « principe multiplicatif »)

Exercice n°1.

Combien de menus différents peut-on composer si on a le choix entre 3 entrées, 2 plats et 4 desserts ?

Exercice n°2.

Une femme a dans sa garde-robe 4 jupes, 5 chemisiers et 3 vestes. Elle choisit au hasard une jupe, un chemisier et une veste. De combien de façons différentes peut-elle s'habiller ?

Exercice n°3.

Deux équipes de hockey de 12 et 15 joueurs échangent une poignée de main à la fin d'un match : chaque joueur d'une équipe serre la main de chaque joueur de l'autre équipe. Combien de poignées de main ont été échangées ?

p-listes

Exercice n°4.

Un questionnaire à choix multiples, autorisant une seule réponse par question, comprend 15 questions. Pour chaque question, on propose 4 réponses possibles.

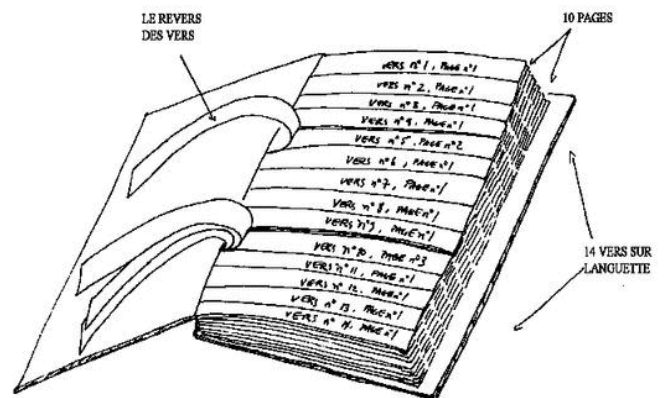
De combien de façons peut-on répondre à ce questionnaire ?

Exercice n°5.

Raymond Queneau a écrit un ouvrage intitulé *Cent mille milliards de poèmes*

Il est composé de 10 pages contenant chacune 14 vers

Le lecteur peut composer son propre poème de 14 vers en prenant le premier vers de l'une des 10 pages puis le deuxième vers de l'une des 10 pages et ainsi de suite jusqu'au quatorzième vers. Justifier le titre de l'ouvrage



Exercice n°6.

En informatique, on utilise le système binaire pour coder les caractères.

Un bit (*binary digit* : chiffre binaire) est un élément qui prend la valeur 0 ou la valeur 1. Avec 8 chiffres binaires (un octet), combien de caractères peut-on coder ?

Exercice n°7.

Combien peut-on former de numéros de téléphone à 8 chiffres ?

Combien peut-on former de numéros de téléphone à 8 chiffres ne comportant pas le chiffre 0 ?

Arrangements

Exercice n°8.

A l'occasion d'une compétition sportive groupant 18 athlètes, on attribue une médaille d'or, une d'argent, une de bronze. Combien y a-t-il de distributions possibles (avant la compétition, bien sûr...) ?

Exercice n°9.

Un groupe d'élèves de terminale constitue le bureau de l'association " Bal des Terms : le succès ". Ce bureau est composé d'un président, d'un secrétaire et d'un trésorier. Combien y a-t-il de bureaux possibles ? (il y a 24 élèves dans la classe)

Exercice n°10.

Six personnes choisissent mentalement un nombre entier compris entre 1 et 6.

1) Combien de résultats peut-on obtenir ?

2) Combien de résultats ne comportant pas deux fois le même nombre peut-on obtenir ?

Exercice n°11.

Soit A l'ensemble des nombres de quatre chiffres, le premier étant non nul.

1) Calculer le nombre d'éléments de A.

2) Dénombrer les éléments de A :

a) composés de quatre chiffres distincts

b) composés d'au moins deux chiffres identiques

c) composés de quatre chiffres distincts autres que 5 et 7

Exercice n°12.

Un clavier de 9 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre suivie d'un nombre de 3 chiffres distincts ou non.

- 1) Combien de codes différents peut-on former ?
- 2) Combien y a-t-il de codes sans le chiffre 1 ?
- 3) Combien y a-t-il de codes comportant au moins une fois le chiffre 1 ?
- 4) Combien y a-t-il de codes comportant des chiffres distincts ?
- 5) Combien y a-t-il de codes comportant au moins deux chiffres identiques ?

1	2	3
4	5	6
A	B	C

Permutations et anagrammes

Exercice n°13.

Le groupe des élèves de Terminale doit s'inscrire au concours par Minitel. Il faut établir une liste de passage. Combien y a-t-il de manières de constituer cette liste ? (il y a 24 élèves dans la classe)

Exercice n°14.

Les nombres 5, -1 et 3 constituent la solution d'un système de trois équations à trois inconnues.

Donner tous les triplets différents qui peuvent être la solution de ce système

Exercice n°15.

Combien y a-t-il d'anagrammes du mot MATH ?

Exercice n°16.

- 1) Dénombrer les anagrammes du mot PATRICE
- 2) Dans chacun des cas suivants, dénombrer les anagrammes du mot PATRICE :
 - a) commençant et finissant par une consonne ;
 - b) commençant et finissant par une voyelle ;
 - c) commençant par une consonne et finissant par une voyelle
 - d) commençant par une voyelle et finissant par une consonne

Exercice n°17. Combien y a-t-il d'anagrammes du mot TABLEAU ?

De manière générale :

Exercice n°18.

- 1) Combien peut-on réaliser de mots de n lettres comportant k lettres se répétant p_1, p_2, \dots, p_k fois ?
- 2) Quel est le nombre d'anagrammes du mot « ANAGRAMME » ?

Exercice n°19.

Dénombrer toutes les anagrammes possibles du mot PRISÉE

- 1) En tenant compte de l'accent
- 2) En ne tenant pas compte de l'accent sur le « e »

Combinaisons

Exercice n°20.

Un groupe de 3 élèves de Terminale doit aller chercher des livres au CDI. De combien de manières peut-on former ce groupe ? (il y a 24 élèves dans la classe)

Exercice n°21.

Un tournoi sportif compte 8 équipes engagées. Chaque équipe doit rencontrer toutes les autres une seule fois

Combien doit-on organiser de matchs ?

Exercice n°22.

Au loto, il y a 49 numéros. Une grille de loto est composée de 6 de ces numéros. Quel est le nombre de grilles différentes ?

Exercice n°23.

De combien de façons peut-on choisir 3 femmes et 2 hommes parmi 10 femmes et 5 hommes ?

Exercice n°24.

Dans une classe de 32 élèves, on compte 19 garçons et 13 filles. On doit élire deux délégués

- 1) Quel est le nombre de choix possibles ?
- 2) Quel est le nombre de choix si l'on impose un garçon et fille
- 3) Quel est le nombre de choix si l'on impose 2 garçons ?

Exercice n°25.

Christian et Claude font partie d'un club de 18 personnes. On doit former un groupe constitué de cinq d'entre elles pour représenter le club à un spectacle.

- 1) Combien de groupes de 5 personnes peut-on constituer ?
- 2) Dans combien de ces groupes peut figurer Christian ?
- 3) Christian et Claude ne pouvant se supporter, combien de groupes de 5 personnes peut-on constituer de telle façon que Christian et Claude ne se retrouvent pas ensemble ?

Exercice n°26.

Au service du personnel, on compte 12 célibataires parmi les 30 employés. On désire faire un sondage : pour cela on choisit un échantillon de quatre personnes dans ce service.

- 1) Quel est le nombre d'échantillons différents possibles ?
- 2) Quel est le nombre d'échantillons ne contenant aucun célibataire ?
- 3) Quel est le nombre d'échantillons contenant au moins un célibataire ?

Exercice n°27.

On constitue un groupe de 6 personnes choisies parmi 25 femmes et 32 hommes

- 1) De combien de façons peut-on constituer ce groupe de 6 personnes ?
- 2) Dans chacun des cas suivants, de combien de façons peut-on constituer ce groupe avec :
 - a) uniquement des hommes ;
 - b) des personnes de même sexe ;
 - c) au moins une femme et au moins un homme

Exercice n°28.

On extrait simultanément 5 cartes d'un jeu de 32. Cet ensemble de 5 cartes est appelé une "main"

- 1) Combien y a-t-il de mains différentes possibles ?
- 2) Dénombrer les mains de 5 cartes contenant :
 - a) un carré
 - b) deux paires distinctes
 - c) un full (trois cartes de même valeur, et deux autres de même valeurs. Exemple : 3 rois et 2 as)
 - d) un brelan (trois cartes de même valeur, sans full ni carré)
 - e) une quinte (5 cartes de même couleur, se suivant dans l'ordre croissant)

Combinaisons et arrangements

Exercice n°29.

Un sac contient 5 jetons verts (numérotés de 1 à 5) et 4 jetons rouges (numérotés de 1 à 4).

- 1) On tire successivement et au hasard 3 jetons du sac, sans remettre le jeton tiré. Calculer les probabilités :
 - a) De ne tirer que 3 jetons verts ;
 - b) De ne tirer aucun jeton vert
 - c) De tirer au plus 2 jetons verts ;
 - d) De tirer exactement 1 jeton vert.
- 2) On tire simultanément et au hasard 3 jetons du sac. Reprendre alors les questions a), b), c) et d).

Dénombrements divers

Exercice n°30.

Un portemanteau comporte 5 patères alignées. Combien a-t-on de dispositions distinctes (sans mettre deux manteaux l'un sur l'autre) :

- a) pour 3 manteaux sur ces 5 patères ?
- b) pour 5 manteaux ?
- c) pour 6 manteaux ?

Exercice n°31.

Quatre garçons et deux filles s'assoient sur un banc.

- 1) Quel est le nombre de dispositions possibles ?
- 2) Même question si les garçons sont d'un côté et les filles de l'autre.
- 3) Même question si chaque fille est intercalée entre deux garçons.
- 4) Même question si les filles veulent rester l'une à côté de l'autre