

Positions entre droites et plans : livre p 283

- 5. a)** (AB) et (FH) sont non coplanaires. **6. a)** (AB) et (CD) sont non coplanaires.
b) (AF) et (CH) sont non coplanaires. **b)** (AC) et (BCD) sont sécants.
c) (CFH) et (AB) sont sécants. **c)** (AC) et (BD) sont non coplanaires.

Repérage dans l'espace :**EXERCICE 8**

- 1) A, B et C alignés
- $\Leftrightarrow$
- les vecteurs
- $\overrightarrow{AB}$
- et
- $\overrightarrow{AC}$
- colinéaires

$$\overrightarrow{AB} \quad (-1; 6; 1) \text{ et } \overrightarrow{AC} \quad (3; -18; -3)$$

Les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont proportionnelles $\overrightarrow{AC} = -3\overrightarrow{AB}$.
 Les points A, B et C sont donc alignés.

- 2) (AB) et (CD) sont parallèles
- $\Leftrightarrow$
- les vecteurs
- $\overrightarrow{AB}$
- et
- $\overrightarrow{CD}$
- sont colinéaires

$$\overrightarrow{AB} \quad (-4; -6; 2) \text{ et } \overrightarrow{CD} \quad (2; 3; 0)$$

Les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas proportionnelles ($z_{CD} = 0$ et $z_{AB} \neq 0$). Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires et donc les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

- 3) On a
- $\vec{v} = -2\vec{u}$
- . Les vecteurs directeurs des droites
- d
- et
- d'
- ,
- $\vec{u}$
- et
- $\vec{v}$
- sont colinéaires et donc les droites
- d
- et
- d'
- sont parallèles (éventuellement confondues).

EXERCICE 9

- 1) Les points A, B, C et D sont coplanaires si, et seulement si,
- $\overrightarrow{AD} = a\overrightarrow{AB} + b\overrightarrow{AC}$
-
- $\overrightarrow{AB} \quad (-1; 3; -3)$
- ,
- $\overrightarrow{AC} \quad (-4; 2; -1)$
- et
- $\overrightarrow{AD} \quad (-3; -1; 2)$
- .

En identifiant, on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} -a - 4b = -3 & (1) \\ 3a + 2b = -1 & (2) \\ -3a - b = 2 & (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2) + (3) & b = 1 \\ (1) & a = 3 - 4b = -1 \\ (2) & \text{vérifiée} \end{cases}$$

Donc $\overrightarrow{AD} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$, les points A, B, C et D sont coplanaires.

- 2)
- $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$
- donc ABCD est donc un parallélogramme.

EXERCICE 10

$$\overrightarrow{AB} \quad (\sqrt{2}; -1; -1), \overrightarrow{AC} \quad (\sqrt{2}; 1; -1) \text{ et } \overrightarrow{BC} \quad (0; 2; 0)$$

$$AB^2 = (\sqrt{2})^2 + (-1)^2 + (-1)^2 = 4, \quad AC^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 + (-1)^2 = 4, \quad BC^2 = 4$$

On a : $AB^2 = AC^2 = BC^2$. ABC est équilatéral.

Représentations paramétriques :

EXERCICE 11

1) a) $I(1; -2; 1)$

b) $\vec{u}(-3; 2; -1)$

c) Si $x = 5$ alors $t = -\frac{4}{3}$ on obtient alors le point suivant : $A\left(5; -\frac{14}{3}; \frac{1}{3}\right)$

2) On détermine la valeur du paramètre t avec une coordonnées, par exemple avec l'abscisse puis on vérifie les autres coordonnées avec cette valeur.

$$1 - 3t = -10 \Leftrightarrow t = \frac{11}{3} \text{ d'où } y = -2 + 2 \times \frac{11}{3} = \frac{16}{3} \text{ et } z = -1 - \frac{11}{3} = -\frac{14}{3}$$

La droite Δ passe bien par le point A.

EXERCICE 12

$\overrightarrow{AB}(0; 1; 1)$ une représentation paramétrique de (AB) :
$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

EXERCICE 13

1) Pour $d : A(3; -4; -4)$ et $\vec{u}(-1; 2; 3)$.

Pour $d' : B(1; 3; 0)$ et $\vec{u}'(0; 3; -2)$.

2) d et d' sont sécantes si l'on peut déterminer une valeur de t et s tel que :

$$\begin{cases} 3 - t = 1 \\ -4 + 2t = 3 + 3s \\ -4 + 3t = -2s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \text{ (1)} \\ 3 + 3s = 0 \text{ (2)} \\ -2s = 2 \text{ (3)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \text{ (1)} \\ s = -1 \text{ (3)} \\ \text{(2) vérifiée} \end{cases}$$

Leur point d'intersection est : $I(1; 0; 2)$

EXERCICE 14

d et d' sont sécantes si l'on peut déterminer une valeur de t et s tel que :

$$\begin{cases} 6 - 3s = -3 + t \text{ (1)} \\ -7 + 2s = -3 \text{ (2)} \\ -1 + s = -5 + 2t \text{ (3)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{de (2) } s = 2 \\ \text{de (1) } t = 6 - 3s + 3 \\ \text{de (3) } 2t = 4 + s = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = 2 \\ t = 3 \\ \text{(3) vérifiée} \end{cases}$$

Leur point d'intersection est : $I(0; -3; 1)$

EXERCICE 15

1) $d_1 = (AB)$ d_1 a donc comme vecteur directeur $\overrightarrow{AB}(2; -3; -1)$ d'où :

$$d_1 : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - 3t \\ z = -1 - t \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

2) Soit $\vec{v}(-1; 2; -1)$ un vecteur direction de d_2 .

$\overrightarrow{AB}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires car leurs coordonnées ne sont pas proportionnelles : $\frac{2}{-1} \neq \frac{-3}{2}$. Les droites d_1 et d_2 ne sont pas parallèles.

Montrons que d_1 et d_2 ne sont pas sécantes en résolvant le système :

$$\begin{cases} 1 + 2t = 2 - s \text{ (1)} \\ 2 - 3t = -1 + 2s \text{ (2)} \\ -1 - t = -s \text{ (3)} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1)-(3) \quad 2 + 3t = 2 \\ (2) \quad 2 - 3t = -1 + 2s \\ (3) \quad -1 - t = -s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ 2s = 3 \\ s = -1 \end{cases}$$

Le système est incompatible. Les droites d_1 et d_2 ne sont ni parallèles, ni sécantes donc d_1 et d_2 ne sont pas coplanaires.