

Capacité 1 p 167

Interpréter des limites en l'infini

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.

Le tableau de variation de la fonction f est donné ci-dessous.

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	2	$\searrow$ -4 $\nearrow$	$+\infty$

- 1 Lire dans le tableau de variation les limites de la fonction f en $-\infty$ et en $+\infty$.
- 2 Dédire de la question précédente l'existence d'une asymptote à la courbe $\mathcal{C}_f$.
- 3 Pourquoi peut-on affirmer qu'il existe un réel x_0 tel que $f(x) > 100$ pour tout réel $x > x_0$?

N°16 p 178

16 **ORAL** Soit f une fonction telle que :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5 \text{ et } \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x) = -\infty.$$

Dédire de chacune de ces limites l'existence d'une asymptote à la courbe représentative de f et en donner une équation.

Capacité 2 p 167

Interpréter graphiquement des limites en un réel α

Soit f une fonction définie sur $]-1; 3[\cup]3; 7]$ telle que :

- f est décroissante sur $]-1; 3[$ et sur $]3; 7]$;
- $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x) = +\infty$, $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x < 3}} f(x) = -\infty$, $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} f(x) = +\infty$ et $f(7) = 1$.

On nomme $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f .

- 1 Dresser le tableau de variation de la fonction f .
- 2 a. La courbe $\mathcal{C}_f$ admet-elle des asymptotes ? Si oui, en donner une équation.
b. Tracer dans un repère une allure de la courbe $\mathcal{C}_f$ et ses asymptotes.

N°19 p 178

19 Soit f une fonction définie sur $I =]1; +\infty[$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative. On sait que : $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$.

- 1 Dédire de chaque limite l'existence d'une asymptote à la courbe $\mathcal{C}_f$ et en donner une équation.
- 2 On sait de plus que f est croissante sur I .
Tracer dans un repère, une allure de la courbe $\mathcal{C}_f$ et ses asymptotes.

N° 51 p 180

On donne le tableau de variation d'une fonction f .

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$ 2 $\nearrow$	7

- 1 Lire dans le tableau de variation les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
- 2 En déduire l'existence d'une asymptote à la courbe représentative $\mathcal{C}$ de la fonction f .
- 3 Pourquoi peut-on affirmer qu'il existe un réel x_0 tel que $f(x) > 1\,000$ pour tout réel $x < x_0$?

N° 52 p 180

Soit f une fonction définie sur $]-1; 2[\cup]2; 5]$ telle que :

- f est croissante sur $]-1; 2[$ et sur $]2; 5]$,
- $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x) = -\infty$, $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} f(x) = +\infty$, $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x > 2}} f(x) = -\infty$ et $f(5) = 2$.

On nomme $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f .

- 1 Dresser le tableau de variation de la fonction f .
- 2 a. La courbe $\mathcal{C}_f$ admet-elle des asymptotes ? Si oui, en donner une équation.
b. Tracer dans un repère une allure de la courbe $\mathcal{C}_f$ et ses asymptotes.

Capacité 3 p 169

Déterminer la limite d'une somme ou d'un produit

Calculer les limites suivantes.

- 1 a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (7x^3 - 9x^2 + 2)$ b. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \left(\frac{1}{x} + 2x + 3 \right)$ c. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x + 7x + 1)$
- 2 a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} (2 - x)$ b. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(x - 3 \right) \left(2 - \frac{1}{x} \right)$ c. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3 - e^x)(2 + e^x)$

Capacité 4 p 169

Déterminer les limites d'une fonction polynôme

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 5x + 2$.

Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

Capacité 5 p 171

Déterminer la limite d'un quotient

Soit f et g les fonctions définies sur l'intervalle $]4; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{-x + 4} \text{ et } g(x) = \frac{3x}{-x + 4}.$$

Calculer les limites des fonctions f et g en 4 et en $+\infty$.

Capacité 6 p 171

Déterminer la limite d'une fonction composée

Soit g et h les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{2-3x}$ et $h(x) = (2 - 3x)^4$.

- 1 Écrire la fonction g comme composée de deux fonctions puis déterminer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
- 2 Calculer les limites de la fonction h en $-\infty$ et en $+\infty$.

N°56 à 62 p 180

Pour les exercices 56 à 62, calculer les limites données.

56 Capacité 3, p. 169

- a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2 + 3x + 4\sqrt{x})$ b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 - x^2 + x + 7)$
- 57 a. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \left(5x^2 + 3x - \frac{19}{x} \right)$ b. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \left(4 - 3x + \frac{1}{x^2} \right)$
- 58 a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x + 2x - 3)$ b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - x - 2e^x)$
- 59 a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - \sqrt{2}x^2 - 5x\sqrt{x})$ b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^x - x) \left(\frac{1}{x} - 5 \right)$
- 60 a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(e^x \left(-5 + \frac{2}{x} \right) \right)$ b. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} (x - 1) \left(2 + \frac{3}{x^3} \right)$
- 61 a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (7 - 2e^x)(2 + e^x)$ b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - 3)(5e^x - 1)$
- 62 a. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} (1 - 2e^x) \left(1 + \frac{2}{x} \right)$ b. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - e^x)(1 - x)$

N°64 à 66 p 180

64 Capacité 4, p. 169

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3$.
Calculer les limites de la fonction f en $+\infty$ et en $-\infty$.

65 Reprendre l'exercice 64 avec les fonctions f suivantes.

- a. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^2 - 8x + 11$.
b. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 7x^2 + x - 1$.

66 Reprendre l'exercice 64 avec les fonctions f suivantes.

- a. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + xe^x$.
b. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^3 + x^2 - x)(e^x - 1)$.

N°74 p 181

74 Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{2}{e^x - 1}$.

- Calculer la limite de la fonction f en $+\infty$.
- a. Étudier le signe de $e^x - 1$ sur $]0; +\infty[$.
b. En déduire la limite de la fonction f en 0.

N°75 p 181

75 Soit f la fonction définie sur $[0; 3[\cup]3; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{7}{-x^2 + 9}$$

- Calculer la limite de la fonction f en $+\infty$.
- a. Étudier le signe de $-x^2 + 9$ selon les valeurs de x .
b. Calculer la limite de la fonction f en 3 à gauche et à droite.

N°95 à 97 p 182

Pour les exercices 95 à 97, calculer les limites données.

- 95 a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{3x-2}$ b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{2 + x + e^{-x}}$
- 96 a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x^2+x+1}$ b. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} e^{\frac{2}{x}}$
- 97 a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2 - 3e^{2x})^5$ b. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x^2 - 1}{4x^2 + 1}}$

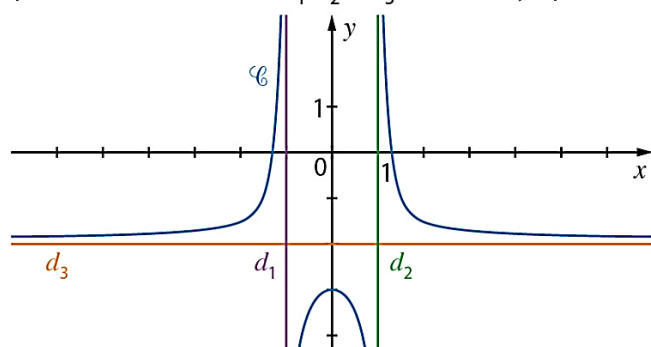
N°101 p 182

101 Soit f et g les fonctions définies sur $]-\infty; -2] \cup [2; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x^2 - 4} - x$ et $g(x) = \sqrt{x^2 - 4} + x$.

- Montrer que pour tout réel x de $]-\infty; -2] \cup [2; +\infty[$, on a : $f(x) \times g(x) = -4$.
- a. Calculer la limite de la fonction g en $+\infty$.
b. En déduire la limite de la fonction f en $+\infty$.
- a. Calculer la limite de la fonction f en $-\infty$.
b. En déduire la limite de la fonction g en $-\infty$.

N°54 p 180

54 Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ et $\mathcal{C}$ sa courbe représentative. Les droites d_1 , d_2 et d_3 sont des asymptotes à $\mathcal{C}$.



- Par lecture graphique, conjecturer les limites de la fonction f en $-\infty$, en -1 (à gauche et à droite), en 1 (à gauche et à droite), et en $+\infty$.
- Dresser le tableau de variation de la fonction f .