

Interrogations :
Limites de fonctions.

Exercice 1 : (2 points).

Donner les limites des fonctions usuelles suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = \dots\dots\dots$

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = \dots\dots\dots$

3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = \dots\dots\dots$

4. $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{1}{x} = \dots\dots\dots$

Exercice 2 : (4,5 points).

Déterminer les limites suivantes : (*détaillez bien vos réponses*).

1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 + 2x$

2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 + \frac{1}{x}$

3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^x$

4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{(6 + e^{-x})}$.

Exercice 3: (5 points).

1. Déterminer la limite de la fonction suivante et interpréter le résultat de manière géométrique pour la courbe de cette fonction.

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{1}{x-1}$$

2. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

a. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, f(x) = x^3 \left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right)$.

b. En déduire : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

3. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x+1}{x^2+1}$.

a. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, f(x) = \frac{1 + \frac{1}{x}}{x + \frac{1}{x}}$.

b. En déduire : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et interpréter le résultat de manière géométrique pour la courbe C_f .

Exercice 4 : (5,5 points).

Soit la fonction f définie sur $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$ par : $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 4}$.

1. Démontrer que $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.

2. a. Déterminer les limites aux bornes des intervalles de l'ensemble de définition
b. En déduire les interprétations géométriques de ces limites pour la courbe C_f .