

Combinatoire et dénombrement

EXERCICES

Exercice 1 - Principe additif - Diagramme de Venn

Un sac contient 100 jetons. Il y a 70 jetons bleus et 40 jetons ronds et 15 jetons bleus et ronds.

1. Combien y-a-t-il de jetons bleus mais pas ronds?
2. Combien y-a-t-il de jetons ronds mais pas bleus?
3. Combien y-a-t-il de jetons ni rond ni bleu?

Exercice 2 - Principe additif - Diagramme de Venn à 3 ensembles

Une ville compte 5030 adultes. 805 adultes sont déjà allés au théâtre, 1990 ont déjà assisté à un match de football et 1440 sont déjà allés à un concert. De plus, 160 adultes ont déjà assisté aux 3 activités, 235 sont déjà allés au théâtre et à un match de football mais pas à un concert et 195 sont allés à un match et à un concert mais pas au théâtre. Enfin, 140 adultes ne sont allés qu'au théâtre.

- 1) Combien d'adultes n'ont assisté qu'à un concert ?
- 2) Combien d'adultes n'ont assisté à aucune de ces activités ?

Exercice 3 - Principe additif - Diagramme de Venn à 3 ensembles

Dans une classe de 40 élèves, 20 étudient l'allemand, 31 l'anglais et 16 l'espagnol. 18 étudient l'anglais et l'allemand et parmi eux, 1 élève étudie aussi l'espagnol. Aucun n'élève n'étudie l'allemand et l'espagnol sans étudier l'anglais et seulement 6 élèves n'étudient que l'espagnol.

1. Représenter ces données à l'aide d'un diagramme.
2. On croise un élève au hasard:
 - a. Quelle est la probabilité qu'il étudie exactement 2 langues parmi allemand, anglais et espagnol?
 - b. Quelle est la probabilité qu'il n'étudie ni allemand ni anglais ni espagnol?

Exercice 4 - Principe additif - Diagramme de Venn (plus difficile)

Dans un collège, les trois cinquièmes des élèves font de la natation, un tiers fait du tennis et 42 font les deux. Enfin un cinquième ne fait ni tennis ni natation. Combien y-a-t-il d'élèves dans ce collège?

Exercice 5 - Principe multiplicatif - Arbre des possibles

Une cantine propose en self-service un choix de trois entrées, de deux plats chauds et de quatre desserts. Deux plateaux repas sont dits identiques lorsqu'ils sont composés de la même entrée, du même plat chaud et du même dessert.

1. Combien de plateaux repas différents peut-on constituer dans cette cantine ?
2. Un camarade compose au hasard un plateau repas pour vous, un jour où un seul plateau vous fait envie. Quelle est la probabilité que ce choix vous convienne?
3. Même question un jour où vous aimez tout sauf un des desserts.
4. À la demande des élèves, il est décidé qu'un plat supplémentaire sera préparé. Ce plat doit-il être une entrée, un plat chaud ou un dessert pour que les élèves aient le maximum de choix pour leur plateau repas?

Exercice 6 - Principe multiplicatif - Arbre des possibles

Une commune d'Espagne s'appelle ANANA. A l'aide d'un arbre, vérifier qu'il y a 10 anagrammes du mot ANANA.

Exercice 7 - Principe multiplicatif

La plaque d'immatriculation d'une voiture comporte deux lettres, distinctes de O, I et U pour éviter la confusion avec 0, 1 et V. Puis trois chiffres entre 0 et 9 inclus puis encore deux lettres distinctes de O, I et U. Déterminer le nombre de plaques d'immatriculation différentes possibles.

Exercice 8 - Principe multiplicatif

Pour entrer dans un immeuble, il faut composer un code de 4 caractères. Sur le clavier, il y a 3 lettres (A, B et C) et les 10 chiffres.

- 1) Combien de codes différents y a-t-il ?
- 2) Combien de codes différents y a-t-il si les 4 caractères sont différents ?
- 3) Combien de codes différents y a-t-il si les seules touches nécessaires sont « A », « C » et « 5 » ?

Exercice 9 - k -uplets

Dans un jeu de société, le personnage sur le plateau doit procéder à sept déplacements successifs. Chaque déplacement correspond à une direction (gauche, droite, haut ou bas). Combien de chemins différents le personnage peut-il emprunter sachant que les retours en arrière sont interdits ?

Exercice 10 - k -uplets

- 1) Soit E un ensemble à 9 éléments. Combien y a-t-il de 4-uplets d'éléments distincts (arrangements de 4 éléments) de E ?
- 2) On doit créer un code de sécurité composé de 6 chiffres. On décide de ne jamais utiliser deux fois le même chiffre et de ne jamais utiliser le 0.
 - a. Combien de codes différents sont possibles ?
 - b. Un ami nous a vus taper 5 comme dernier chiffre. Combien de code sont alors possibles ?

Exercice 11 - k -uplets

- 1) Soit E un ensemble à 9 éléments.
Combien y a-t-il de permutations de E ?
- 2) La 1^{ère} phase de coupe du monde de handball est organisée en poules de 6 équipes.
 - a. Combien y a-t-il de classements possibles dans le groupe de la France ?
 - b. Combien y a-t-il de classements possibles dans ce groupe si la France termine 1^{ère} et l'Australie dernière ?

Exercice 12 - k -uplets

Soient un entier $n \geq 2$ et E un ensemble à n éléments.

On considère la proposition : « si p est une permutation de E alors p est un n -uplets de E ».

- 1) Cette proposition est-elle vraie ?
- 2) Enoncer la réciproque puis dire si elle est vraie ?

Exercice 13 - Permutations successives

Sur une étagère se trouvent 12 livres différents : 5 de mathématiques, 4 de physique-chimie et 3 de SVT.

1. De combien de manières différentes peut-on ranger ces livres sur l'étagère.
2. De combien de manières différentes peut-on ranger ces livres sur l'étagère en ayant les livres de mathématiques côte à côte ?

Exercice 14 - Combinaisons

Soit $E = \{1 ; 2 ; 3 ; 4\}$.

- 1) Donner toutes les combinaisons de 3 éléments de E . Combien y en a-t-il ?
- 2) Retrouver le nombre précédent par le calcul.

Exercice 15 - Combinaisons

Pour l'anniversaire de Zoé, une plateforme de streaming lui offre 4 albums à choisir parmi une sélection qui en contient 9.

- 1) Combien de possibilités Zoé a-t-elle ?
- 2) L'album qu'elle voulait est dans les 9. Si elle prend cet album, combien de possibilités a-t-elle ?

Exercice 16 - Combinaisons successives

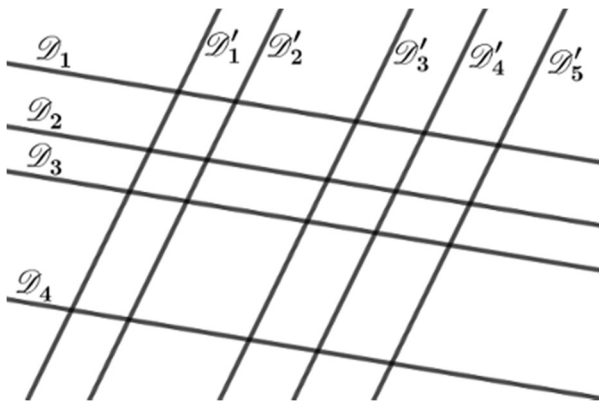
Maria possède 5 jeans et 7 t-shirts. Elle part en vacances et décide d'emporter 2 jeans et 3 t-shirts. Combien de possibilités différentes a-t-elle ?

Roberto, son mari, possède 10 jeans et 13 t-shirts et 7 paires de chaussures. Il décide d'emporter 8 jeans, 10 t-shirts et 4 paires de chaussures. Combien de possibilités différentes a-t-il ?

Exercice 17 - Combinaisons successives

Dans la figure ci-dessous, les droites $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, \mathcal{D}_3$ et \mathcal{D}_4 sont parallèles. De plus, les droites $\mathcal{D}'_1, \mathcal{D}'_2, \mathcal{D}'_3, \mathcal{D}'_4$, et \mathcal{D}'_5 sont parallèles.

Combien cette figure contient-elle de parallélogramme non aplatis ?



Exercice 18 - Synthèse

1. Déterminer le nombre de tiercés possibles dans une course avec 15 chevaux et pas d'ex-aequo.
2. Déterminer le nombre de mots de quatre lettres formés avec les 26 lettres de l'alphabet.
3. De combien de façons peut-on garer 4 voitures distinctes dans un parking à 6 places?
4. On place 10 points distincts sur un cercle. Dénombrer le nombre de droites passant par deux de ces points.

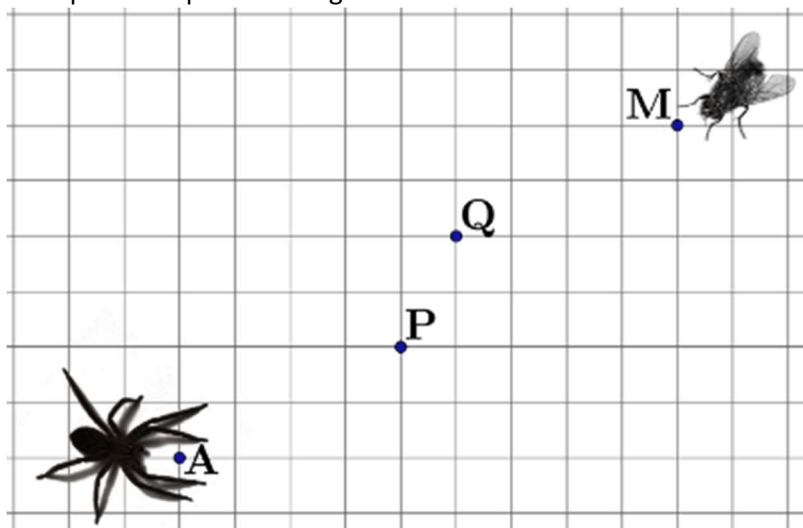
Exercice 19 - Synthèse

Lorsqu'on permute les lettres d'un mot, on obtient une anagramme de ce mot.

Dénombrer les anagrammes de SOPHIE, GASPARD puis ANANAS.

Exercice 20 - Synthèse

Une araignée en A se déplace sur une toile quadrillée représentée ci-dessous. Elle veut atteindre la mouche en M et se déplace uniquement de gauche à droite et de bas en haut.



1. Dénombrer tous les chemins possibles.
2. Dénombrer tous les chemins passant par P.
3. Dénombrer tous les chemins passant par P et Q.
4. Dénombrer tous les chemins passant par P ou Q.

Exercice 21 - Synthèse

Dans un jeu de 32 cartes, il y a 4 « couleurs » différentes (trèfle, pique, cœur et carreau). Pour chaque couleur, il y a 8 valeurs différentes (7, 8, 9, 10, valet, dame, roi, as). On tire 6 cartes simultanément.

- 1) Combien y-at-il de tirages différents ?
- 2) Combien de tirages différents contiennent les 4 as ?
- 3) Déterminer la probabilité (exprimées en % et arrondies au centième) :
 - a. d'avoir les 4 as lors d'un tirage ?
 - b. 2 cartes pique et 4 cartes cœur ?
 - c. de n'avoir aucune carte pique et aucune carte valet ?