1 / Les RATIONNELS

Rappels :

- Pour tous réels a et b, pour tout réel $c \neq 0$: $\dfrac{a}{c}+\dfrac{b}{c}=\dfrac{a+b}{c}$
- Pour tous réels a, b et c, avec $b \neq 0$ et $c \neq 0$: $\dfrac{a}{b}=\dfrac{ac}{bc}$
- Pour tous réels a, b, c et d avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$: $\dfrac{a}{b}\times\dfrac{c}{d}=\dfrac{a\times c}{b\times d}$
- Pour tous réels a, b, c et d avec $b \neq 0$, $c \neq 0$ et $d \neq 0$: $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\dfrac{a}{b}\times\dfrac{d}{c}=\dfrac{ad}{bc}$

Seule la somme nécessite une réduction au même dénominateur.

1 Cocher la bonne case.

	Vrai	Faux
a. $\dfrac{50}{3}+\dfrac{7}{12}=\dfrac{57}{15}$	□	□
c. $\dfrac{35}{9}\div\dfrac{7}{5}=\dfrac{49}{9}$	□	□
b. $\dfrac{3}{4}\times\dfrac{6}{8}-\dfrac{1}{4}=\dfrac{5}{16}$	□	□
d. $\dfrac{7}{4}-8\times\dfrac{3}{100}=\dfrac{151}{100}$	□	□

2 Effectuer les calculs, puis dire si le nombre obtenu est un décimal.

a. $\dfrac{\frac{3}{2}-\frac{4}{5}}{\frac{2}{7}-\frac{1}{3}}=$ ....

b. $\dfrac{5^2}{2}+\dfrac{9}{5}\times\dfrac{12}{81}=$ ....

c. $\dfrac{\frac{1}{4}}{3}-\left(\dfrac{2}{-15}\right)\times\dfrac{7}{8}=$ ....

3 Effectuer le calcul de $F=1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{2}}}}$.

F est-elle une valeur approchée de $\sqrt{2}$ à 10^{-2} près ? Vérifier avec une calculatrice.

2 / Les PUISSANCES

Rappels :

a et b désignent des nombres réels, m et n des nombres entiers relatifs.

- $a^m\times a^n=a^{m+n}$
- $\dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$
- $\left(a^m\right)^n=a^{m\times n}$
- $(a\times b)^n=a^n\times b^n$
- $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n=\dfrac{a^n}{b^n}$ avec $b\neq 0$.
- Si $a\neq 0$ alors $a^{-n}=\dfrac{1}{a^n}$

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. $5^7\times\left(5^3\right)^2$ est égal à : □ $5^7\times 5^5$ □ $5^7\times 5^6$ □ 5^{12} □ 5^{13}

b. $\dfrac{(-3)^5}{3^7\times 3}$ est égal à : □ -3^{-3} □ 3^{-3} □ $-\dfrac{1}{3^2}$ □ $-\dfrac{1}{3^3}$

c. Pour tous réels a et b non nuls, $\dfrac{ab^6}{(ab)^4}$ est égal à :

□ $\dfrac{1}{a^2b^2}$ □ $(ab)^2$ □ $a^{-4}b^2$ □ $a^{-3}b^2$

d. Pour tous réels a et b non nuls, $\left(\dfrac{a^2}{a\times b^3}\right)^4\times b$ est égal à :

□ a^4b^{-11} □ $\dfrac{a^8}{b^6}$ □ $\dfrac{a^7}{b^{11}}$ □ $\left(\dfrac{a^4}{b^{12}}\right)\times b$

2 Cocher l'intrus dans chaque série.

a.
□ $3{,}5\times 10^4$ □ $35\,000$
□ $\dfrac{35}{10^{-3}}$ □ $0{,}035\times 10^{-2}$

b.
□ $(-4)^3$ □ 4^3
□ $\dfrac{-4^5\times 4^6}{\left(4^2\right)^4}$ □ $\dfrac{4^{-8}}{(-4)^{-11}}$

c.
□ $(2\times 3)^{-1}$ □ $\dfrac{6^{10}}{6^7\times 6^4}$
□ 6 □ $6^5\times\dfrac{6^{-4}}{6^2}$

3 Calculer A et B sous la forme d'un produit de puissances de 2, de 3 et de 5.

$$A=\frac{5^7\times 10^{-4}\times 3^9}{10^{-5}\times 3^7\times 5^{10}}\qquad B=\frac{(-6)^4\times 15^4\times(-16)^3}{25\times 12^3}$$

3 / DÉVELOPPEMENTS

Rappels :

Pour **développer une expression** dans un calcul littéral, on peut utiliser :
- la distributivité : $k(a+b)=ka+kb$
- la double distributivité : $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$
- les identités remarquables :
  - $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
  - $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
  - $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

1 Cocher la bonne case. Justifier si la réponse est fausse.

	Vrai	Faux	
a. Le développement de $3x(x-8)-(10+x)(4x-5)$ est $-x^2+59x-50$.	☐	☐	....
b. Le développement de $(-x-8)^2$ est le même que celui de $(x+8)^2$.	☐	☐	....
c. $x^2+36-12x$ est le carré de $x-6$.	☐	☐	....
d. $25x^2-81$ est égal au produit de $5x-9$ par $5x-9$.	☐	☐	....

2 Développer les expressions.

$A=(x+1)(x-4)-5(x+3)=$ ....

$B=(4x-5)^2=$ ....

$C=(10x-6)(10x+6)=$ ....

$D=(7x+3)^2=$ ....

3 Développer et simplifier les expressions.

$E=(6x-3)^2+(4x-5)(4x+5)=$ ....

$F=(7x-3)^2-(2x+3)^2=$ ....

4 / FACTORISATIONS

Rappels :

Pour **factoriser une expression** dans un calcul littéral, on reconnaît :
- un facteur commun :
  $ka+kb=k(a+b)$ avec k, a, b réels.
- une identité remarquable :
  - $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$
  - $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
  - $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$

On peut aussi combiner les deux méthodes pour factoriser une expression.

1 Relier chaque expression à sa forme factorisée.

$(-2x+1)(2x+1)+(-2x+1)(x+4)$ ●	● $(-2x+1)^2$
x^2-4x+4 ●	● $(x-2)^2$
$36x^2+36x+9$ ●	● $(5x+8)(5x-8)$
$4x^2-4x+1$ ●	● $(6x+3)^2$
$25x^2-64$ ●	● $(3x+5)(-2x+1)$

2 Factoriser les expressions.

$A=25x^2+5x=$ ....

$B=(2x+8)(x-4)+(x-4)^2=$ ....

$C=16x^2-64x+64=$ ....

$D=81x^2-16=(9x)^2-(4)^2=$ ....

3 Factoriser les expressions.

$A=9x^2-1+(3x-1)(x+6)=$ ....

$B=(2x-1)(x+3)-2x+1=$ ....

$C=(3x-4)(2x+3)-(4-3x)(x-7)=$ ....

5 / ÉQUATIONS du 1er degré

Rappels :

- L'équation $ax+b=0$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$ a une **unique solution** $x=-\frac{b}{a}$.
- Si on **ajoute** (ou on **retranche**) un **même nombre** aux deux membres d'une équation, on obtient une **équation équivalente**.
- Si on **multiplie** (ou on **divise**) les deux membres d'une équation par un **même nombre non nul**, on obtient une **équation équivalente**.

1 Relier chacune des équations suivantes à sa solution.

$2x+3=0$ $-3x+5=0$ $-5x-3=0$ $3-2x=0$ $-3x-2=0$

$\frac{2}{3}$ $-\frac{3}{2}$ $-\frac{2}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{3}$ $-\frac{5}{3}$ $-\frac{3}{5}$

2 Résoudre les équations suivantes.

a. $4x-1=2x+8 \Leftrightarrow$ ....

....

b. $2x+7=5-3x \Leftrightarrow$ ....

....

3 Si l'on augmente de 2 cm le côté d'un carré, son aire augmente de 8 cm^2. Quelle est la mesure du côté du carré initial ?

6 / ÉQUATIONS produit et quotient

Rappels :

- L'équation produit $A \times B = 0$ est équivalente à $A=0$ **ou** $B=0$.
- L'équation quotient $\frac{A}{B}=0$ est équivalente à $A=0$ **et** $B \neq 0$.

1 Cocher la (ou les) réponse(s) exacte(s).

a. $2x(5-2x)=0$ a pour solution : ☐ $\left\{2;\frac{5}{2}\right\}$. ☐ $\left\{0;\frac{5}{2}\right\}$. ☐ $\left\{0;\frac{2}{5}\right\}$.

b. $(3x-4)(x+5)=0$ a pour solution : ☐ $\left\{\frac{4}{3};-5\right\}$. ☐ $\left\{-\frac{4}{3};-5\right\}$. ☐ $\left\{\frac{3}{4};-5\right\}$.

c. $\frac{3x+6}{x-7}=0$:

☐ existe si $x \neq 7$. ☐ a pour solutions -2 et 7. ☐ a pour solution -2.

d. $\frac{x-4}{x^2-1}=0$:

☐ existe si $x \neq -1$ et $x \neq 1$. ☐ a pour solutions 4 ; -1 et 1. ☐ a pour solution 4.

2 Résoudre les équations suivantes.

a. $4x^2-25=0 \Leftrightarrow$ ....

b. $7x^2-5x=0 \Leftrightarrow$ ....

c. $\frac{5-2x}{8x+1}=0 \Leftrightarrow$ ....

3 On admet que pour tout réel $x \neq -1$, on a $3x+4-\frac{2}{x+1}=\frac{(3x+1)(x+2)}{x+1}$.

Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes des fonctions f et g définies par $f(x)=3x+4$ pour tout réel x et $g(x)=\frac{2}{x+1}$ pour $x \neq -1$.

7 / INÉQUATIONS du 1er degré

Rappels :

- L'inéquation $ax+b<0$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$ a pour **ensemble solution** $\left]-\infty ; -\frac{b}{a}\right[$.
- L'inéquation $ax+b \geqslant 0$ avec $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$ a pour **ensemble solution** $\left[-\frac{b}{a} ; +\infty\right[$.
- On peut **additionner** (ou **soustraire**) **un même nombre** aux deux membres d'une inégalité **sans en changer le sens.**
- On peut **multiplier** (ou **diviser**) les deux membres d'une inégalité par un **même nombre strictement positif sans en changer le sens.**
- Si on **multiplie** (ou on **divise**) les deux membres d'une inégalité par un **même nombre strictement négatif, on doit changer le sens** de l'inégalité.

1 Cocher l'intrus pour chaque inéquation.

a. Pour $-3x+5>0$: ☐ $x<\frac{5}{3}$. ☐ $S=\left]\frac{5}{3};+\infty\right[$. ☐ -2 est une solution.

b. Pour $2x+3<0$: ☐ $x<\frac{3}{2}$. ☐ $S=\left]-\infty;-\frac{3}{2}\right[$. ☐ -3 est une solution.

c. Pour $3-2x \geqslant 0$: ☐ $x \leqslant \frac{-3}{-2}$. ☐ $S=\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[$. ☐ -2 est une solution.

2 Résoudre les inéquations suivantes.

a. $-3x+4<0$

b. $-4x+2 \leqslant 6x+3$

3 Une casserole cylindrique a pour diamètre 18 cm. Quelles sont les hauteurs possibles de cette casserole afin qu'elle contienne entre 2 L et 3 L de liquide ? En déduire les valeurs entières possibles de h.

8 / INÉQUATIONS produit et quotient

Rappels :

- **Tableau de signes de $ax+b$:** avec $b \neq 0$ (voir ci-contre) :

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		Signe de $-a$	0	Signe de a	

- **Signe d'un produit :** on étudie le signe de chacun des facteurs que l'on rassemble dans un tableau puis on applique la règle des signes.
- **Signe d'un quotient :** son signe est le même que celui du produit du numérateur par le dénominateur, en n'oubliant pas les valeurs interdites (double barre dans le tableau).

1 Cocher la (ou les) réponses exactes.

a. L'ensemble des solutions de $2x(5-2x)>0$ est :

☐ $S=]-\infty;0[\cup\left]\frac{5}{2};+\infty\right[$ ☐ $S=\left]0;\frac{5}{2}\right[$ ☐ $S=\left[-\frac{5}{2};2\right]$

b. L'ensemble des solutions de $(3x-4)(x+5) \leqslant 0$ est :

☐ $\left[-5;\frac{4}{3}\right]$. ☐ $]-\infty;-5]$. ☐ $\left]-5;\frac{4}{3}\right[$.

c. L'ensemble des solutions de $\frac{3x+6}{x-9}>0$:

☐ existe si $x \neq 9$. ☐ existe si $x \neq -2$. ☐ a pour solution $]-\infty;-2[\cup]9;+\infty[$.

2 Compléter le tableau de signes ci-contre puis résoudre l'inéquation $\frac{3x+9}{-3-5x} \geqslant 0$.

x	
$3x+9$	
$-3-5x$	
$\frac{3x+9}{-3-5x}$	

3 Un mobile se déplace sur une droite graduée. Son abscisse $p(t)$ sur cette droite graduée (en mètres) en fonction du temps écoulé t (en minutes) depuis le départ est donnée par : $p(t)=t^2-4t-12$.

1. Montrer que, pour tout réel $t \geqslant 0$, on a $p(t)=(t-6)(t+2)$.

2. Compléter le tableau de signes de p sur $[0;+\infty[$ puis déterminer à quels instants $p(t) \geqslant 0$.

t	
$t-6$	
$t+2$	
$p(t)$	