

LIVRET de RÉVISIONS en MATHÉMATIQUES

**destiné aux élèves de Seconde qui suivront la Spécialité Mathématique en classe de 1^{ère}
élaboré par les professeurs de mathématiques**

Une évaluation des connaissances basée sur les exercices de ce livret est prévue quelques jours après la rentrée. Elle permettra d'optimiser l'efficacité de l'accompagnement personnalisé.

Présentation du livret :

- Il s'agit de fiches reprenant une partie du cours vu en 2^{nde} et proposant des exercices d'entraînement, à traiter avec sérieux pendant les vacances, pour aborder l'année de 1^{ère} en Spécialité Mathématique dans les meilleures conditions.
- C'est aussi un outil à conserver et consulter régulièrement car vous y retrouverez les acquis indispensables pour assimiler le programme de 1^{ère}. Ce n'est donc pas un banal cahier de vacances.
- Dans le test d'évaluation des connaissances quelques jours après la rentrée, vous retrouverez bon nombre de ces notions. Votre professeur utilisera vos résultats pour optimiser l'organisation de l'accompagnement personnalisé.

Quelques conseils d'organisation :

- Ne pas faire toutes les fiches d'un coup et ne pas commencer la veille de la rentrée.
- S'assurer que l'on maîtrise le rappel de cours avant de faire les exercices en s'interrogeant au brouillon sur ce que l'on sait concernant le sujet abordé.
- Si vous ne réussissez pas à faire un exercice, n'abandonnez pas, allez rouvrir votre cours de 2^{nde} pour y retrouver un exercice du même type.

Bon courage et bonnes vacances

Sommaire : le livret se découpe en 6 parties

1.	Calcul 1 ^{ère} partie : Opérations sur les nombres en écriture fractionnaire	Page 2
2.	Calcul 2 ^{ème} partie : développement & factorisation	Page 3
3.	Puissances	Page 4
4.	Équations	Page 5
5.	Généralités sur les fonctions	Page 6
6.	Vecteurs	Page 8

1. Calcul 1^{ère} partie : Opérations sur les nombres en écriture fractionnaire

RAPPELS DE COURS

1) Addition et soustraction de deux nombres en écriture fractionnaire.

Pour calculer la somme ou la différence de deux nombres en écriture fractionnaire, on les réduit au même dénominateur, puis on effectue la somme ou la différence des numérateurs, et on garde le dénominateur commun.

Quels que soient les nombres a , b et c avec c non nul,

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

2) Produit de deux nombres en écriture fractionnaire.

Pour calculer le produit de deux nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux, et on multiplie les dénominateurs entre eux.

Quels que soient les nombres a , b , c et d , avec b et d non nuls,

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Attention ! Il faut penser à simplifier avant d'effectuer les produits au numérateur et au dénominateur.

3) Inverse d'un nombre non nul.

Définition : Soit a un nombre non nul, l'inverse de a est le nombre b tel que $a \times b = 1$. On le note : $\frac{1}{a}$

Propriétés : Pour tous nombres a et b non nuls, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$

4) Quotient de deux nombres en écriture fractionnaire.

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse.

Quels que soient les nombres a , b , c et d , avec b , c et d non nuls,

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

EXERCICES

Exercice 1 : Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = \frac{-5}{7} + \frac{4}{21}$$

$$B = \frac{5}{72} - \frac{1}{9}$$

$$C = \frac{2}{3} \times \frac{1}{8}$$

$$D = \frac{-7}{9} \div \frac{6}{-14}$$

$$E = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{7}{2}$$

Exercice 2 : Calculer les expressions suivantes et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible (en détaillant les calculs)

$$F = 1 + \frac{\frac{1}{8} + \frac{3}{4} - \frac{1}{12}}{\frac{5}{6} + \frac{1}{3} + 2}$$

$$G = \frac{15}{39} \times \frac{26}{25} \times \frac{28}{42}$$

2. Calcul 2^{ème} partie : développement & factorisation

RAPPELS DE COURS

1) Vocabulaire

Développer un produit signifie le transformer en somme.

Factoriser une somme signifie la transformer en un produit de facteurs

2) Distributivité de la multiplication sur l'addition et la soustraction.

Quels que soient les nombres a, b, c, d et k :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

$$(a + b) \times (c + d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

Identités remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$$

EXERCICES

Exercice 1 : Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes

$$A(x) = (2x - 3)(5x - 4)$$

$$B(x) = 2x(5x - 3) - 7$$

$$C(x) = 3x - (x - 1) + (x + 7)(x + 3)$$

$$D(x) = 4x(5x + 3) - (x + 7)(x + 3)$$

$$E(x) = (x + 5)^2$$

$$F(x) = (6 + 7x)(6 - 7x)$$

$$G(x) = (2x - 3)^2$$

$$H(x) = (6 - 4x)(x - 5) - (5x - 4)(5x + 4)$$

Exercice 2 : Factoriser les expressions suivantes après avoir reconnu un facteur commun ou une identité remarquable

$$A(x) = 2x^2 + 3x$$

$$B(x) = 7x(x - 4) + (x - 4)(3x + 2)$$

$$C(x) = (x + 1)(2x + 5) - (x + 1)(3x + 4)$$

$$D(x) = 9x^2 + 3x$$

$$E(x) = 16x^2 - 25$$

$$F(x) = (2 - x)(3x + 1) + (3x + 1)$$

Exercice 3 :

1 / Un carré ABCD devient un rectangle d'aire 182 cm² lorsque l'on réduit AB de 5 cm et que l'on augmente AD de 5 cm. Quelle est l'aire de ce carré ?

2 / Un rectangle de dimensions x et y en cm, avec $x > y$, a un périmètre de 20 cm et une aire de 21 cm².

a) Justifier que $x + y = 10$ puis en déduire $(x + y)^2$.

b) Préciser la valeur de xy puis, en développant $(x + y)^2$, en déduire $x^2 + y^2$.

c) Développer $(x - y)^2$ et en déduire $x - y$.

d) En calculant $(x + y) + (x - y)$, en déduire x puis y .

3. Puissances

RAPPELS DE COURS

Exposant entier positif	Exposant entier négatif
Définition : a désigne un nombre relatif et n un entier positif non nul. a^n désigne le produit de n facteurs égaux à a : $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$. a^n est une puissance du nombre a et se lit « a exposant n ». Le nombre n s'appelle un exposant .	Définition : a désigne un nombre relatif non nul. n désigne un entier non nul. a^{-n} désigne l'inverse de a^n : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.
Cas particulier : les puissances de 10 Propriété : n désigne un entier positif. • $10^n = \underbrace{10 \times \dots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 10 \dots 0$. • $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{10 \dots 0} = 0,0 \dots 01$. n zéros n zéros n chiffres après la virgule	
Calculer avec des puissances Règles : a désigne un nombre relatif non nul. n et p désignent deux nombres entiers relatifs. • $a^n \times a^p = a^{n+p}$; • $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$; • $(a^n)^p = a^{n \times p}$. Règles : a et b désignent deux nombres relatifs non nuls. n désigne un nombre entier relatif. • $(ab)^n = a^n b^n$; • $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$.	

EXERCICES

Exercice 1 : Ecrire chaque expression sous la forme a^n

a) $\frac{2^3 \times 2^5}{2^4}$

b) $\frac{(-2)^{-3} \times (-2)^7}{(-2)^3 \times (-2)^3}$

c) $\frac{13^{-2} \times 13^{-1}}{13^3 \times 13^{-4}}$

d) $\frac{15^{-7} \times 15^{-2}}{(15^5)^{-3} \times 15^6}$

Exercice 2 : Simplifier pour tout réel x non nul :

a) $4x^2 \times x^3$

b) $\frac{x^3}{x^8}$

c) $(-3x)^{-1} \times x^4$

d) $\frac{(4x)^2 \times x^{-4}}{x^3}$

Exercice 3 : Au 1^{er} janvier 2015, une ville comptait 100 000 habitants. Depuis, la population de la ville augmente chaque année de 2,5 %.

1 / Vérifier qu'au 1^{er} janvier 2016, la ville comptait 102 500 habitants.

2 / On suppose que l'augmentation de 2,5 % par an se poursuit les années suivantes.

a) Dans l'algorithme ci-contre, la variable p contient la population de la ville au fur et à mesure des années. Recopier et compléter le tableau suivant en indiquant l'état des variables au fur et à mesure de l'exécution de l'algorithme.

b) Interpréter le contenu de la variable *annee* à la fin de l'exécution pour la population de la ville.

$p \leftarrow 100\,000$; *annee* $\leftarrow$ 2015
Tant que $p < 120\,000$
 $p \leftarrow p \times 1,025$
annee $\leftarrow$ *annee* + 1

p	100 000		...
<i>annee</i>	2015		...
$p < 120\,000$	Vrai		...

4. Équations

RAPPELS DE COURS

Résoudre une équation d'inconnue x c'est trouver toutes les valeurs possibles que l'on peut donner à x pour que l'égalité soit vraie.

1) Equations du 1^{er} degré

Exemple 1

$$\begin{aligned} 6x - 5 &= 2 \\ 6x - 5 + 5 &= 2 + 5 \\ 6x &= 7 \\ \frac{6x}{6} &= \frac{7}{6} \\ x &= \frac{7}{6} \end{aligned}$$

La solution est $\frac{7}{6}$

Exemple 2

$$\begin{aligned} 5x + 2 &= 3x - 4 \\ 5x + 2 - 2 &= 3x - 4 - 2 \\ 5x &= 3x - 6 \\ 5x - 3x &= 3x - 6 - 3x \\ 2x &= -6 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{-6}{2} \\ x &= -3 \end{aligned}$$

La solution est -3

2) Equations-produits nul.

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un, au moins, des facteurs est nul.

Exemple 1

$$\begin{aligned} (3x - 2)(-x + 7) &= 0 \\ \text{Or un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un, au moins, des facteurs est nul,} \\ \text{donc } 3x - 2 &= 0 \text{ ou } -x + 7 = 0 \\ 3x &= 2 \quad \text{ou} \quad -x = -7 \\ x &= \frac{2}{3} \quad \text{ou} \quad x = 7 \end{aligned}$$

L'équation a deux solutions : $\frac{2}{3}$ et 7

Exemple 2

$$\begin{aligned} (2 - 3x)(x - 4) - (x - 4)(5 + 2x) &= 0 \\ \text{On factorise :} \\ (x - 4)[(2 - 3x) - (5 + 2x)] &= 0 \\ (x - 4)(2 - 3x - 5 - 2x) &= 0 \\ (x - 4)(-3 - 5x) &= 0 \\ \text{Or un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un, au moins, des facteurs est nul,} \\ \text{donc } x - 4 &= 0 \text{ ou } -3 - 5x = 0 \\ x &= 4 \quad \text{ou} \quad x = \frac{-3}{5} \end{aligned}$$

L'équation a deux solutions : $\frac{-3}{5}$ et 4

Exemple 3

$$\begin{aligned} 2x(x - 3) + 54 &= (6 - x)(9 - x) \\ \text{On développe et on réduit :} \\ 2x^2 - 6x + 54 &= 54 - 6x - 9x + x^2 \\ x^2 + 9x &= 0 \\ x(x + 9) &= 0 \\ \text{Or un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un, au moins, des facteurs est nul,} \\ \text{donc } x &= 0 \text{ ou } x + 9 = 0 \\ x &= 0 \quad \text{ou} \quad x = -9 \end{aligned}$$

L'équation a deux solutions : 0 et -9

EXERCICES

Exercice 1 : Résoudre les équations suivantes.

a) $3x - 1 = 13$	c) $5x = 0$	e) $(-2x - 5)(3x + 2) = 0$
b) $-2x + 5 = 8$	d) $11x - 3 = 2x + 9$	f) $(3x - 1)(x - 6) + (x - 6)(2 - 5x) = 0$

Exercice 2 : Au semi-marathon de Courson, les organisateurs décident de donner une somme d'argent aux trois premiers. Ils se mettent d'accord pour attribuer $\frac{3}{5}$ de la somme totale au vainqueur, $\frac{1}{3}$ au second et 200 € au troisième. Quelle est la somme totale qu'ils décident de distribuer ?

Exercice 3 : On donne le programme de calcul ci-contre

- Montrer que, si on choisit le nombre 4, le résultat obtenu est 40.
- Exprimer en fonction de x , le résultat obtenu avec ce programme de calcul. En développant et réduisant cette expression, montrer que le résultat du programme de calcul est $x^2 + 6x$.
- Quels nombres peut-on choisir pour que le résultat obtenu soit 0 ? Justifier.

- > Choisir un nombre x
- > Ajouter 3
- > Calculer le carré du résultat
- > Soustraire 9
- > Noter le résultat obtenu

5. Généralités sur les fonctions

RAPPELS DE COURS

Une **fonction** est un processus qui, à chaque valeur du nombre x , associe un et un seul nombre y , noté $f(x)$, appelé **l'image de x par f** . On écrit $f : x \mapsto f(x)$.

On dit que x est **un antécédent de y par f** lorsque $y = f(x)$.

La **représentation graphique de f** dans un repère du plan est l'ensemble de tous les points de coordonnées $(x, f(x))$.

Exemple 1 : le graphique ci-contre définit une fonction f , qui, à chaque nombre x compris entre 0 et 10, associe le nombre $f(x)$ lu sur l'axe des ordonnées.

Ainsi $f(2) = 3$, $f(10) = 2$, $f(9,5) \approx 2,5$.

Les antécédents de 3 par f sont 2 et 8.

1,5 n'a qu'un seul antécédent par f et 6 n'a pas d'antécédent par f .



Exemple 2 : $g : x \mapsto x(2 - x)$. On peut calculer précisément les valeurs des images voulues.

Ainsi $g(2) = 0$, $g(-50) = -2600$.

Si $x < 0$ alors $g(x) < 0$.

Les antécédents de 0 par g sont 0 et 2.

x	-1	3	3,5	0	7	-2
$h(x)$	0	2	-2	2	-5,5	-1

Exemple 3 : le tableau de valeurs ci-contre définit une fonction h qui, à chaque nombre de la 1^{ère} ligne, associe le nombre de la 2^{ème} ligne et de la même colonne. Ainsi $h(-1) = 0$, $h(7) = -5,5$. Les antécédents de 2 par h sont 3 et 0. Lorsqu'une fonction est définie par un tableau, on ne connaît qu'un nombre déterminé de valeurs d'images et d'antécédents.

EXERCICES

Exercice 1 : On considère les fonctions f et g définies, pour tout nombre x , par : $f(x) = 2x - 4$ et $g(x) = 4x^2$

- Déterminer l'image de -3 par la fonction f .
- Déterminer l'antécédent de 24 par la fonction f .
- Déterminer l'image de 3 par la fonction g .
- Déterminer le ou les antécédents de 8 par la fonction g .

Exercice 2 : VRAI ou FAUX ?

1 / Le point $A(-1; 2)$ appartient à la courbe d'équation $y = x^2 - 3x + 3$.

2 / La fonction h admet le tableau de variations ci-contre.

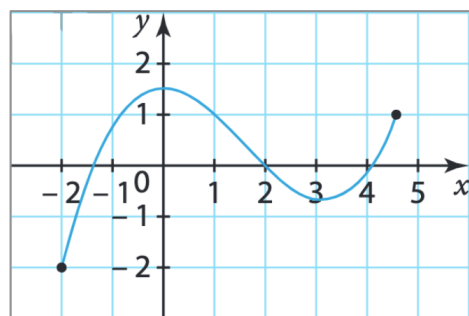
- L'ensemble de définition de h est $\mathcal{D} = [-2; 4]$.
- Le maximum de h sur $\mathcal{D}$ est 3.
- La courbe représentant h passe par le point $A(4; -4)$

x	-2	-1	2	4
h	4	-1	3	-4

Exercice 3 :

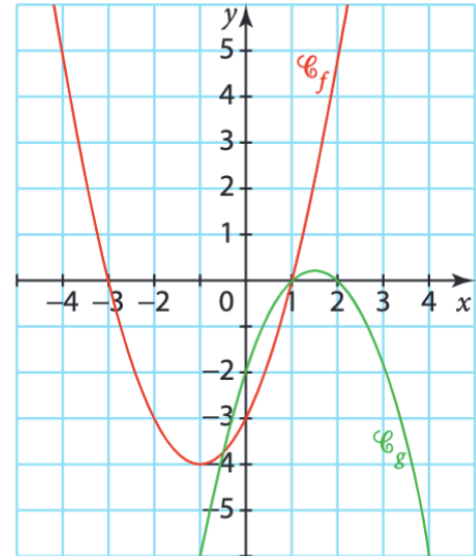
On considère la fonction g représentée ci-dessous sur $[-2; 4,5]$.

- Lire graphiquement $g(0)$.
- Lire graphiquement le minimum et le maximum de g sur $[-2; 4,5]$.
- Dresser le tableau de variation de g .
- Lire graphiquement le nombre de solutions de l'équation $g(x) = 0$.
- Lire graphiquement les solutions de l'équation $g(x) = x$.



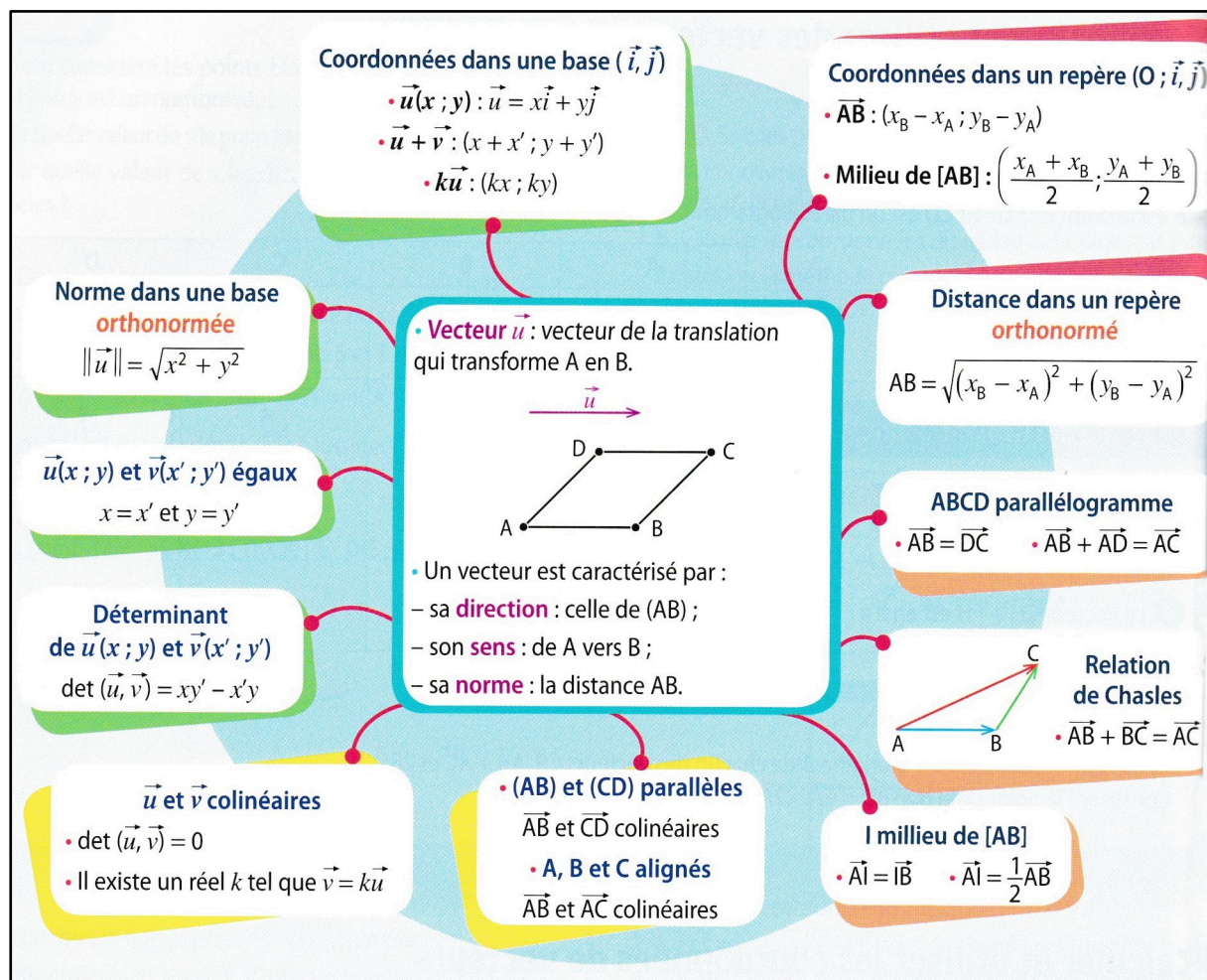
Exercice 4 : Les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ sont données par leurs courbes ci-contre.

- 1 / Lire graphiquement $f(-2)$.
- 2 / Résoudre graphiquement les équations $g(x) = 0$ et $f(x) = g(x)$.
- 3 / Sachant que $f(x) = (x - 1)(x + 3)$ et que $g(x) = (2 - x)(x - 1)$ sur $\mathbb{R}$ résoudre par le calcul les questions 1 et 2 précédentes.



6. Vecteurs

RAPPELS DE COURS

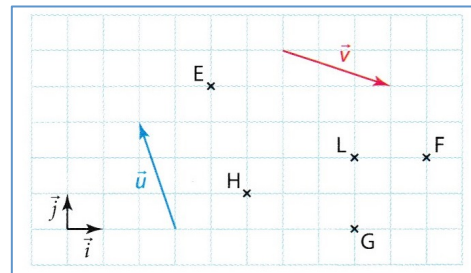


EXERCICES

Exercice 1 : VRAI ou FAUX ?

On considère la figure ci-contre dans laquelle $(\vec{i}; \vec{j})$ est une base orthonormée du plan.

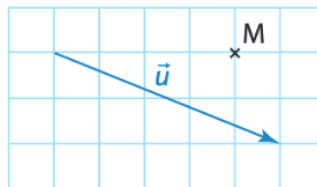
1.	a) $\vec{GH} = \vec{v}$	b) $\vec{EL} = 2\vec{v}$	c) $\vec{EF} = 2\vec{v}$
2.	a) $HL = HE$	b) $\vec{HL} = \vec{HE}$	c) $\vec{EH} = \vec{u}$
3.	a) $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$	b) $\vec{LF} = 2\vec{i}$	c) $\vec{u} = \vec{v}$
4.	a) $\vec{GF} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$	b) $\vec{HL} = 2\vec{i} + \vec{v}$	c) $\vec{GE} = \vec{u} - \vec{v}$



Exercice 2 : $(O; \vec{i}; \vec{j})$ est un repère orthonormé du plan.

Reproduire la figure puis placer le point :

- N tel que $\vec{MN} = \vec{u}$
- K tel que $\vec{MK} = -2\vec{u}$
- L tel que $\vec{ML} = \frac{2}{5}\vec{u}$

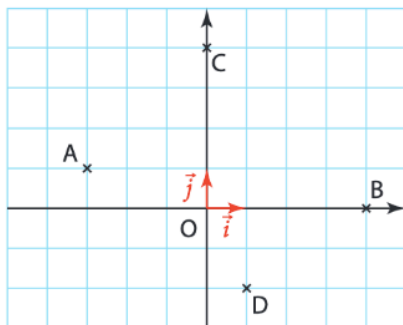


Exercice 3 : QCM Pour chaque question, choisir la bonne réponse.

$(O; \vec{i}, \vec{j})$ est un repère orthonormé du plan.

1. Sur la figure ci-contre :

- a. l'abscisse de B est 0 ;
- b. A a pour coordonnées $(3; 1)$;
- c. Si $K(x_K; y_K)$ est le milieu de $[AD]$ alors $y_K = -x_K$
- d. $\vec{DC} = -\vec{i} + 6\vec{j}$.



- 2. a. Si $KA = KB$ alors K est le milieu de $[AB]$.
- b. Si $\vec{KA} + \vec{KB} = \vec{0}$ alors K est le milieu de $[AB]$.
- c. Si $\vec{KA} = \vec{KB}$ alors K est le milieu de $[AB]$.
- d. Si $\vec{KB} = 2\vec{KA}$ alors K est le milieu de $[AB]$.

3. Soit $A(-98; 84)$, $B(-18; 36)$ dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Le milieu de $[AB]$ a pour coordonnées :

- a. $(40; 24)$
- b. $(-58; 60)$
- c. $(-107; 102)$
- d. autre

Exercice 4 : On considère les points $A(-2; 1)$, $B(2; -3)$, $C(4; 4)$ dans un repère orthonormé.

- 1 / Calculer les coordonnées du point I milieu de $[AC]$.
- 2 / Déterminer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme en justifiant la démarche et les calculs.