

## Devoir maison n°4

À rendre le lundi 22 mai 2023

### Exercice 117 p122

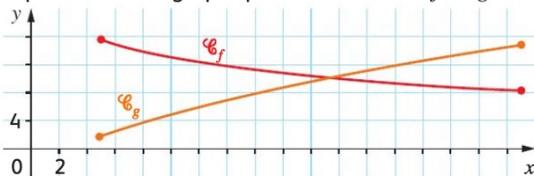
#### 117 ... en économie Offre, demande et prix d'équilibre

Une entreprise vend des sacs à main dont le prix est fixé entre 50 et 350 €.

La **demande** est la quantité de sacs à main, en millier d'unités, achetée par la clientèle lorsque le prix est de  $x$  dizaines d'euros l'unité. Elle est modélisée par la fonction  $f$  définie sur  $[5; 35]$  par  $f(x) = 21,8 - 3,8 \ln x$ . L'**offre** est la quantité de sacs à main, en millier d'unités, produite par l'entreprise pour être vendue au prix de  $x$  dizaines d'euros le sac à main. Elle est modélisée par la fonction  $g$  définie sur  $[5; 35]$  par :

$$g(x) = 4,6 + 0,3x - e^{-0,1x+2}$$

Représentations graphiques des fonctions  $f$  et  $g$  :



#### Partie A Étude de la demande et de l'offre

1. Résoudre l'inéquation  $f(x) < 13$ . Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Étudier les variations de la fonction  $f$ , puis celles de  $g$  sur  $[5; 35]$ . Interpréter les résultats.

#### Partie B Étude du prix d'équilibre

Le **prix d'équilibre** est le prix pour lequel la demande et l'offre sont égales.

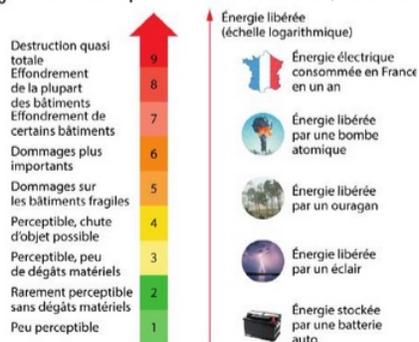
1. On considère la fonction  $h$  définie sur  $[5; 35]$  par : 
$$h(x) = f(x) - g(x)$$
  - a. Montrer que  $h$  est décroissante sur  $[5; 35]$ .
  - b. Montrer que l'équation  $h(x) = 0$  admet une solution unique  $\alpha$  dans l'intervalle  $[21; 22]$ .
  - c. Déterminer une valeur approchée de  $\alpha$  à 0,01 près.
2. Comparer l'offre et la demande lorsque :
  - a. le prix de vente est inférieur à  $\alpha$  euros ;
  - b. le prix de vente est supérieur à  $\alpha$  euros.

### Exercice 118 p122

#### 118 ... en sismologie Échelle de Richter

La fonction logarithme décimal, définie sur  $]0; +\infty[$  par  $\log(x) = \frac{\ln(x)}{\ln(10)}$ , est souvent utilisée pour étudier des phénomènes physiques.

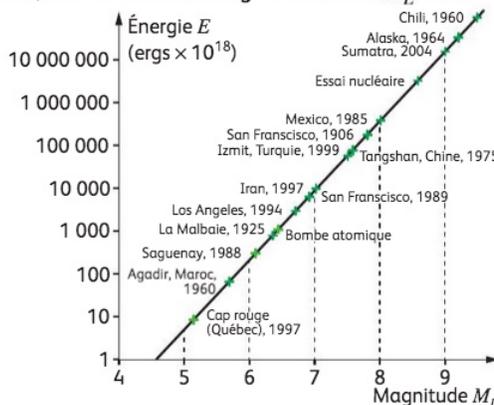
La **magnitude d'un séisme** est une valeur intrinsèque de celui-ci, ne dépendant ni du lieu d'observation, ni des témoignages de la population. Elle a été introduite en 1935 par l'américain Charles Francis Richter. La **magnitude locale** est donnée par :  $M_L = \log(A) - \log(A_0)$  où  $A$  est l'amplitude maximale de l'onde sismique lue sur un sismographe, en mm, et où  $A_0$  est une amplitude de référence, en mm.



2. On entend souvent que la magnitude maximale de l'échelle de Richter est égale à 9. Est-ce vrai ?

#### Partie B Magnitude et énergie

On s'intéresse à l'énergie  $E$  libérée à l'épicentre, en joule, en fonction de la magnitude locale  $M_L$  du séisme.



1. Justifier pourquoi on peut conjecturer qu'il existe deux réels  $a$  et  $b$  tels que  $\log(E) = aM_L + b$ .
2. En 1958, Richter a établi la loi empirique : 
$$\log E = 1,5M_L + 4,8$$

Retrouver cette relation en utilisant que le séisme de magnitude la plus élevée observé jusqu'à présent a eu lieu au Chili en 1960, avec une magnitude de 9,5 et une énergie de  $1,1 \times 10^{19}$  joules.

3. Lorsque la magnitude augmente de 1, par combien est multipliée l'énergie libérée par le séisme ?

#### Partie A Comprendre l'échelle de Richter

1. Dans la définition originale de Richter, l'amplitude de référence  $A_0$  est choisie pour que la magnitude soit égale à 3 pour une amplitude de 1 mm. Déterminer la valeur de  $A_0$  et justifier que  $M_L = \log(10^3 A)$ .