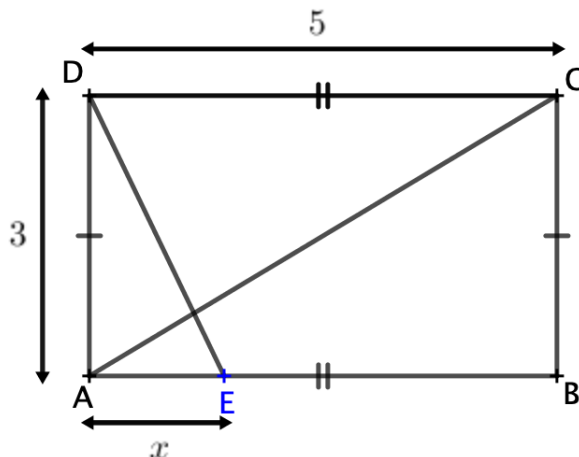


Exercice 1 (9 points)

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 5 \text{ cm}$ et $AD = 3 \text{ cm}$. E est un point du segment $[AB]$.

On note x la longueur en centimètres du segment $[AE]$.

On donne la figure ci-dessous.



1. En utilisant la relation de Chasles, montrer que $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{ED} = -5x + 9$.
2. En déduire pour quelle valeur de x les droites (AC) et (ED) sont perpendiculaires.
3. On se place dans le repère orthonormé $\left(A; \frac{1}{5}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}\right)$.

Les points A , B et D ont donc pour coordonnées $A(0;0)$, $B(5;0)$ et $D(0;3)$.

- a. Donner les coordonnées du point C .
Donner, en fonction de x , les coordonnées du point E .
- b. Donner, en fonction de x , les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{ED}$.
- c. En déduire que $\overrightarrow{EC} \cdot \overrightarrow{ED} = x^2 - 5x + 9$.
4. En déduire pour quelle valeur de x le produit scalaire $\overrightarrow{EC} \cdot \overrightarrow{ED}$ est minimal.
5. Quelle est la nature (aigu, obtus, droit) de l'angle $\widehat{DEC}$?

Exercice 2 (13 points)

Dans une région touristique, une société propose un service de location de vélos pour la journée.

La société dispose de deux points de location distincts, le point A et le point B. Les vélos peuvent être empruntés et restitués indifféremment dans l'un ou l'autre des deux points de location.

On admettra que le nombre total de vélos est constant et que tous les matins, à l'ouverture du service, chaque vélo se trouve au point A ou au point B.

D'après une étude statistique :

- Si un vélo se trouve au point A un matin, la probabilité qu'il se trouve au point A le matin suivant est égale à 0,84
- Si un vélo se trouve au point B un matin la probabilité qu'il se trouve au point B le matin suivant est égale à 0,76.

À l'ouverture du service le premier matin, la société a disposé la moitié de ses vélos au point A, l'autre moitié au point B.

On considère un vélo de la société pris au hasard.

Pour tout entier naturel non nul n , on définit les évènements suivants :

- A_n : « le vélo se trouve au point A le n -ième matin »
- B_n : « le vélo se trouve au point B le n -ième matin ».

Pour tout entier naturel non nul n , on note a_n la probabilité de l'évènement A_n .
Ainsi $a_1 = 0,5$.

- a. Compléter l'arbre pondéré **en annexe, page 5** qui modélise la situation pour les n -ième et $n + 1$ -ième matins.
 - b. Justifier que pour tout entier naturel non nul n , $a_{n+1} = 0,6a_n + 0,24$.
2. Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}^*$ par $u_n = a_n - 0,6$.
 - a. Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique de raison 0,6, et de premier terme u_1 que l'on précisera.
 - b. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, exprimer u_n en fonction de n .
 - c. En déduire que, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $a_n = 0,6 - 0,1 \times 0,6^{n-1}$.
3. Montrer que la suite (a_n) est croissante.
4. Conjecturer la limite de la suite (a_n) et interpréter cette limite dans le contexte de l'exercice.
5.
 - a. Compléter la fonction python **en annexe, page 5** pour qu'elle renvoie le plus petit entier naturel n non nul tel que $a_n \geq A$.
 - b. Que renvoie `seuil(0.599)` ?

Exercice 3 (7 points)

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 + 4x + 10}$$

1. Justifier que $x^2 + 4x + 10$ ne s'annule pas sur $\mathbb{R}$.

Dans la suite de l'exercice, on admettra que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$.

2. Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$, puis montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$,

$$f'(x) = \frac{-2x^2 + 2x + 24}{(x^2 + 4x + 10)^2}$$

3. Étudier les signes de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
4. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
5. Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1.

Exercice 4 (5 points)

Un rameur est une machine d'exercice physique simulant les mouvements d'une personne qui fait de l'aviron.

La puissance (en Watt) en fonction du temps (en dixième de seconde) développée par une personne débutante utilisant ce rameur est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0, 2 ; 4]$ par :

$$f(t) = (-8t + 32)e^t$$

1. Justifier que f est dérivable sur $[0, 2 ; 4]$, puis montrer que pour tout réel t de l'intervalle $[0, 2 ; 4]$,

$$f'(t) = (-8t + 24)e^t$$

2. Étudier le signe de $f'(t)$ puis dresser le tableau de variations complet de f sur $[0, 2 ; 4]$.
3. Quelle est la puissance maximale atteinte par le rameur ? On arrondira à l'unité.

Exercice 5 (6 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). Pour chacune des questions, une seule des quatre propositions est correcte. Les questions sont indépendantes.

Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier sur la copie la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse fausse ou une absence de réponse ne rapporte aucun point.

Question 1

$\frac{e^{2x} \times e^5}{e^{-1}}$ est égal à :

a. e^{2x+6}	b. e^{x+5}	c. e^{-2x-5}	d. e^{2x+4}
---------------	--------------	----------------	---------------

Question 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x e^x$. L'expression de $f'(x)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$ est :

a. $f'(x) = x e^x$	b. $f'(x) = (x+1)e^x$	c. $f'(x) = x(e^x + 1)$	d. $f'(x) = e^x$
--------------------	-----------------------	-------------------------	------------------

Question 3

$\frac{e^x}{1+e^x}$ est égal à :

a. $1+e^x$	b. $\frac{1}{1+e^{-x}}$	c. $e^x + e^{-x}$	d. $\frac{e^x}{1-e^{-x}}$
------------	-------------------------	-------------------	---------------------------

Question 4

L'ensemble de solution de l'équation $e^{-2x+4} - 1 = 0$ est :

a. $S = \{0\}$	b. $S = \{1\}$	c. $S = \{2\}$	d. $S = \left\{\frac{1}{2}\right\}$
----------------	----------------	----------------	-------------------------------------

Question 5

Soient A , B et C trois points distincts tels que $AB = 5$, $AC = 3$ et $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$.

Le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ est égal à :

a. $\frac{15}{2}$	b. 15	c. $\frac{15\sqrt{3}}{2}$	d. $\frac{1}{2}$
-------------------	-------	---------------------------	------------------

Question 6

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = 2$.

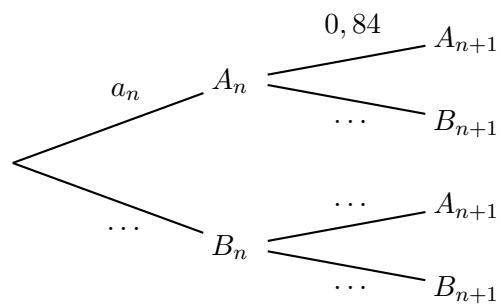
La somme $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$ est égale à :

a. 3069	b. 126.5	c. 6141	d. 253
---------	----------	---------	--------

ANNEXE

A rendre avec la copie

Exercice 2 - question 1.a.



Exercice 2 - question 5.a.

```
def seuil(A):
    a=.....
    n=1
    while ..... :
        n=n+1
        a=.....
    return n
```