

## Calculatrices interdites

*La qualité de la rédaction entrera en grande part dans la notation*

## Exercice 1 :

(3 points)

1) Simplifier les expressions suivantes :

a)  $A = \frac{e^6 \times e^{-4}}{e^{-3}}$

b)  $B = \frac{e^{1+x}}{e^{x+2}}$

c)  $C = \frac{(e^{-2x})^3 e^{4x}}{e^{-2x}}$

2) Montrer les égalités suivant pour tout  $x \in \mathbb{R}$  :

a)  $2e^{2x} + 6e^x - 8 = 2(e^x - 1)(e^x + 4)$

b)  $\frac{(e^x - 1)(e^x + 1)}{e^{2x}} = 1 - e^{-2x}$

## Exercice 2 :

(3 points)

1) Résoudre les équations suivantes dans  $\mathbb{R}$  en se justifiant rigoureusement :

a)  $e^{5-x^2} = e$

b)  $e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$  (poser  $X = e^x$ )

2) Résoudre les inéquations suivantes dans  $\mathbb{R}$  en se justifiant rigoureusement

a)  $e^{2x} - 1 < 0$

b)  $e^{2x} - e^{x+1} \geq 0$

## Exercice 3 :

(5 points)

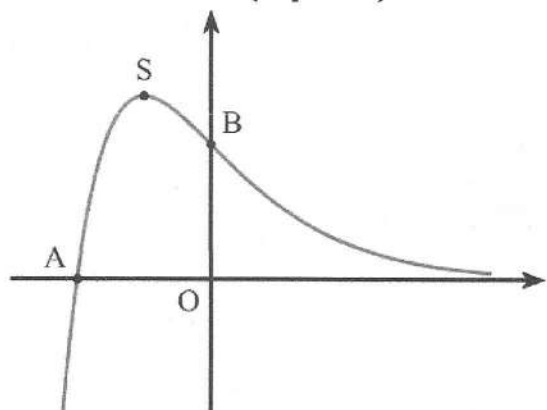
1) Soit la fonction  $f$  définie sur  $[-2; 1]$  par :  $f(x) = (1 - 2x)e^x$ .a) Déterminer et factoriser  $f'(x)$  où  $f'$  est la fonction dérivée de  $f$ .b) Résoudre  $f'(x) = 0$  puis dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $[-2; 1]$ .

Préciser les valeurs exactes des bornes et des extremums éventuels.

c) L'équation  $f(x) = 2$  admet-elle des solutions ? Justifier.2) Soit la fonction  $g$  définie sur  $[-2; 4]$  par :  $g(x) = x^2 e^{-x}$ a) Déterminer et factoriser  $g'(x)$  où  $g'$  est la fonction dérivée de  $g$ .b) Résoudre  $g'(x) = 0$  puis dresser le tableau de variations de  $g$  sur  $[-2; 4]$ .info pour 1) : on donne l'approximation suivante  $\frac{2}{\sqrt{e}} \approx 1,21$ 

## Exercice 4 :

(3 points)

La courbe  $\mathcal{C}_f$  représente une fonction  $f$  définiesur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = (ax + b)e^{-x}$ .où  $a$  et  $b$  sont deux réels.1)  $\mathcal{C}_f$  passe par les points  $A(-2; 0)$  et  $B(0; 2)$ .Déterminer  $a$  et  $b$ .2) En déduire les coordonnées du sommet  $S$ .

**Exercice 5 :**

(4 points)

On considère la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $u_0 = 4$  et  $u_{n+1} = 2u_n - 3$ .

Soit  $(v_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $v_n = u_n - 3$ .

1) Calculer les trois premiers termes de la suite  $(u_n)$ .

Est-elle arithmétique ? géométrique ?

2) Montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique. Vous préciserez sa raison et son premier terme.

3) Donner l'expression de  $v_n$  puis l'expression de  $u_n$  en fonction de  $n$ .

4) Calculer la somme des 11 premiers termes de la suite  $(u_n)$ .

---

**Exercice 6 :**

(2 points)

Pour les exercices suivants,  $(u_n)$  est une suite géométrique de raison  $q$ .

1) Pour tout naturel  $n$ , on a  $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$

Tous les termes sont non nuls et sa raison  $q$  est positive. Trouver  $q$ .

2)  $(u_n)$  est une suite géométrique croissante dont les termes sont négatifs. Son premier terme est  $u_1$

a) Que peut-on dire de sa raison ?

b) On sait que  $u_1 \times u_3 = \frac{4}{9}$  et  $u_1 + u_2 + u_3 = -\frac{19}{9}$ .

Calculer  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$ .

c) Calculer  $u_n$  en fonction de  $n$ .