

Devoir surveillé

Le 25 mars 2023

Durée : 1,5 heure

Les copies illisibles, dépourvues de soin ou de justifications seront pénalisées.

Les documents et les calculatrices ne sont pas autorisés.

Exercice 1 : Résoudre l'équation différentielle du premier ordre suivante :

$$(1 + x^2)y' + 2x y = e^x$$

Exercice 2 : On considère l'équation différentielle du second ordre suivante :

$$y'' + 3y' + 2y = f(t)$$

1. Résoudre l'équation différentielle dans le cas où $f(t) = e^t$.
2. Résoudre l'équation différentielle dans le cas où $f(t) = e^{-t}$.
3. En déduire les solutions de l'équation différentielle dans le cas où

$$f(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$$

Exercice 3 : En utilisant les développements limités, calculer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \ln(\cos x) + \sin^2(x)}{x^4}$$

Exercice 4 : Soit f la fonction définie par

$$f(x) = \frac{e^{1/x} - e^{-1/x}}{\sin(1/x)}$$

Notons par C_f la courbe représentative de la fonction f .

1. Donner le $DL(+\infty, 2)$ de la fonction f .
2. En déduire l'équation de l'asymptote à C_f en $+\infty$ et la position de C par rapport à celle-ci.