Exercice 1 : f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 0{,}15x^5 - 2x^3 + 12x + 200.$$

1.a. Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$.

1.b. Déterminer la fonction dérivée f' de f.

2.a. Justifier que f' est dérivable sur $\mathbb{R}$.

2.b. Déterminer la fonction dérivée f'' de f'. On dit que f'' est la dérivée seconde de la fonction f.

3.a. Étudier le signe de $f''(x)$, puis dresser le tableau de variation de f'.

3.b. Déterminer le signe de $f'(x)$.

3.c. En déduire le sens de variation de la fonction f.

Exercice 2 : On s'intéresse à la consommation d'un véhicule roulant aux biocarburants en fonction de la vitesse de ce véhicule. Cette consommation est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[30 ; 130]$ par : $f(x) = \dfrac{8x^2 - 800x + 30\,000}{x^2}$

où x est exprimé en $km.h^{-1}$ et $f(x)$ est exprimé en litre pour 100 km.

a. Suivant ce modèle, lorsque le véhicule roule à 30 $km.h^{-1}$, quelle est sa consommation ? Et lorsqu'il roule à 50 $km.h^{-1}$?

b. Montrer que la dérivée f' de f sur l'intervalle $[30 ; 130]$ peut s'écrire

$$f'(x) = \frac{800x - 60\,000}{x^3}$$

c. Étudier le signe $f'(x)$ sur $[30 ; 130]$ et en déduire le tableau de variations de f sur cet intervalle.

d. Pour quelle vitesse la consommation est-elle minimale ? Que vaut cette consommation ? Arrondir au centième.

e. On considère l'algorithme ci-dessous.

```
x ← 30
y ← 14
Tant que y > 4
   | x ← x + 1
   | y ← (8x² − 800x + 30 000) / x²
Fin tant que
```

Quelle est la valeur de x obtenue à la fin de l'exécution de l'algorithme ? En donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.