Mathématiques –	**Devoir maison, à rendre au plus tard le 7 mars 2023**

Exercice 1.

Soit h la fonction définie sur $[-6 ; 26]$ par :

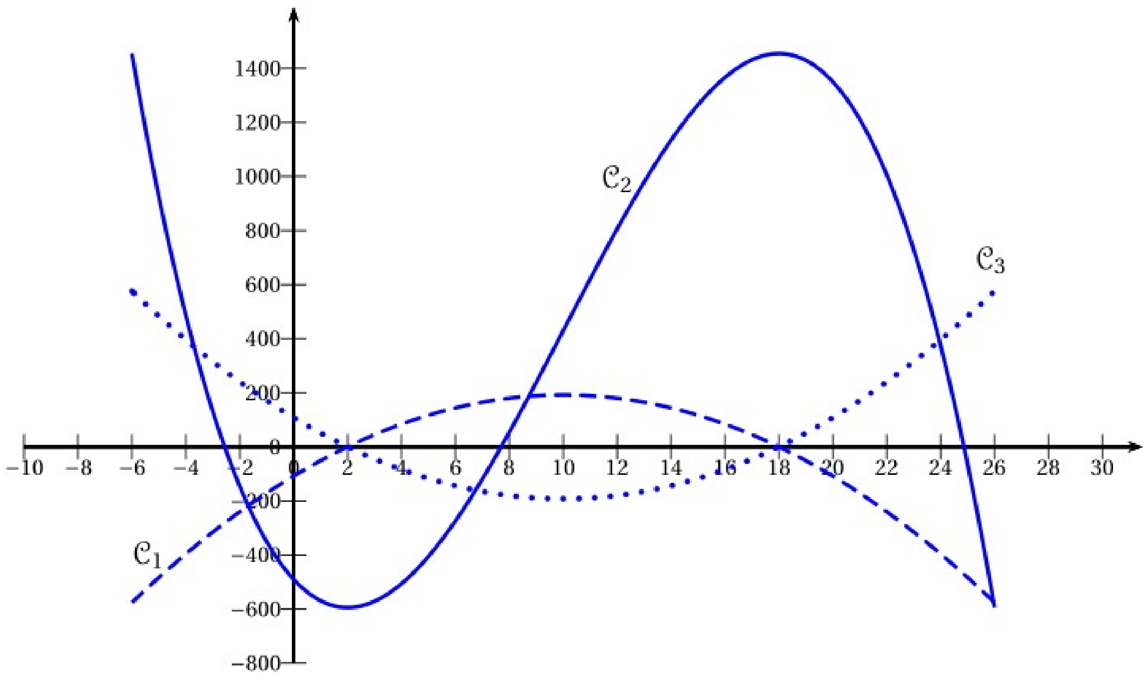
$$h(x) = -x^3 + 30x^2 - 108x - 490.$$

1. Soit h' la fonction dérivée de h. Exprimer $h'(x)$ en fonction de x.

2. On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de h et $\mathcal{C}'$ celle de h'.

a. Identifier $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ sur le graphique orthogonal ci-dessous parmi les trois courbes $\mathcal{C}_1$,$\mathcal{C}_2$ et $\mathcal{C}_3$ proposées.

b. Justifier le choix pour $\mathcal{C}'$.



3. Soit $(\mathcal{T})$ la tangente à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 0. Déterminer son équation réduite.

4. Étudier le signe de $h'(x)$ puis dresser le tableau de variation de la fonction h sur $[-6 ; 26]$.

Exercice 2.

Une entreprise fabrique un engrais biologique. Chaque jour, le volume d'engrais fabriqué est compris entre 5 m^3 et 60 m^3.

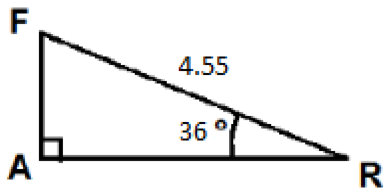
Le coût moyen quotidien de production de cet engrais, exprimé en **centaines d'euros**, est modélisé par la fonction f définie sur l'intervalle $[5; 60]$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 15x + 400}{x}$$

où x est le volume quotidien d'engrais fabriqué, exprimé en m^3.

1. Déterminer le coût moyen quotidien pour la production de 5 m^3 d'engrais.
2. Quels volumes d'engrais faut-il fabriquer pour avoir un coût moyen de production égal à 4 300 €(43 centaines d'euros) ?
3. Pour quel volume d'engrais fabriqué le coût moyen de production est-il minimal ?
   Déterminer ce coût moyen minimal.

Exercice 3. ***Les questions sont indépendantes***



1) Calculer $\overrightarrow{RA}.\overrightarrow{RF}$ sachant que AR ci-contre est égale à environ 3,68 cm.

2) Soient A, B, C des points tels que $\widehat{BAC}=41°$; $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=6{,}01$ et AB=1,49 cm. Déterminer la longueur AC.

3) Soient $\vec{u}$ et $\vec{w}$ des vecteurs de coordonnées $\vec{u}(4;\frac{2}{3})$ et $\vec{w}(1;-6)$.

Calculer le produit scalaire $\vec{u}.\vec{w}$. Les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont-ils orthogonaux ?

4) Soient $\vec{u}$ et $\vec{w}$ des vecteurs de coordonnées respectives (10 ; x) et (3 ; -2).

Exprimer le produit scalaire $\vec{u}.\vec{w}$ en fonction de x . Existe-t-il des valeurs de x pour lesquelles les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ sont orthogonaux ?

5) Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $\widehat{BAC}=52°$ radians ; AB = 14 cm. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

Exercice 4. Soient E(5 ; 3) F(1 ; 0) et G(1 ; 4) trois points dans un repère orthonormé.

1) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{EG}$.

2) Calculer leur norme.

3) Calculer $\overrightarrow{EF}.\overrightarrow{EG}$.

4) Les droites (EF) et (EG) sont elles perpendiculaires ? Pourquoi ?

Exercice 5.

1) Considérons les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ tels que $\|\vec{u}\|=2$; $\|\vec{w}\|=3$ et $\vec{u}\cdot\vec{w}=6$.

Calculer $\|-\frac{\sqrt{13}}{2}\vec{u}\|$; $\vec{u}^2$; $\vec{w}^2$ puis $(\vec{u}+\vec{w})^2$.

2) Considérons les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{w}$ tels que $\vec{u}^2=3$; $\vec{w}^2=4$ et $\vec{u}\cdot\vec{w}=-2$.

Calculer $(4\vec{u}-\vec{w})(7\vec{u}+\vec{w})$; $(\vec{u}+\frac{1}{3}\vec{w})^2-(\vec{u}-\frac{1}{3}\vec{w})^2$

Exercice 6.

Soit la suite (v_n) définie tout entier naturel n, par $v_n=\frac{5n+1}{2n+3}$.

1) Etudier le sens de variations de la suite (v_n).

2) Ecrire une fonction « seuil » en Python, qui renvoie le premier indice n pour lequel le terme v_n dépasse un seuil donné. Que renvoie « seuil(2.3) » ?

3) Ecrire une fonction « suite » en Python, qui renvoie la liste des $n+1$ termes de la suite (v_n).

4) Conjecture la limite de la suite (v_n) en utilisant, par exemple, la fonction Python de la question 3**)**.