

## TRIGONOMETRIE

**Exercice 1** Les questions sont indépendantes.

- 1) Placer les images A, B, C, D et E des nombres  $\frac{3\pi}{4}$  ;  $\frac{89\pi}{2}$  ;  $-\frac{\pi}{6}$  ;  $\frac{\pi}{2}$  et  $\frac{91\pi}{4}$  sur le cercle trigonométrique. Dans quel cas les points images par enroulement des réels proposés sont-ils confondus ?
- 2) Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier vos réponses.
- Soit  $x$  un nombre réel, si  $\cos(x)=0$  alors  $\sin(x)=1$  .
  - Il existe un réel  $x$  tel que  $\sin(x)=\frac{\sqrt{5}}{2}$  .
  - Pour tout réel  $x$  ,  $\cos(24\pi-x)+\cos(14836\pi+x)=0$  .
  - Sur l'intervalle  $] -\pi ; \pi ]$ , l'équation  $2\cos(x)-\sqrt{3}=0$  admet trois solutions.
  - Sinus est positif sur l'intervalle  $[ -5\pi ; -4\pi ]$ .
  - Soit  $x \in [0 ; \pi ]$  tel que  $\sin(x)=\frac{4}{5}$  , alors  $\cos(x)=\frac{3}{5}$  .
- 3) a) Sachant que  $\cos(\frac{\pi}{6})=\frac{\sqrt{3}}{2}$  , calculer  $\cos(\frac{5\pi}{6})$  .
- b) Résoudre dans  $[ 0 ; 5\pi ]$  l'équation  $\cos(x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$  .
- 4) Soit  $x$  un réel appartenant à l'intervalle  $[0 ; \frac{\pi}{2}]$  tel que  $\cos(x)=\frac{3}{5}$  .
- Quel est le signe de  $\sin(x)$  .
  - Déterminer la valeur exacte de  $\sin(x)$  .

## APPLICATIONS DE LA DERIVATION

**Exercice 2** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x)=x^4-2x^3-11x^2+12x$  .

- 1) a) Justifier que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$  et donner, pour tout réel  $x$  , l'expression de  $f'(x)$  .
- Vérifier que 3 est une racine de  $f'$  .
  - Factoriser  $f'(x)$  sous la forme  $f'(x)=(x-3)P(x)$  ; où  $P$  est un polynôme à déterminer.
  - Etudier, pour tout réel  $x$  , le signe de  $P(x)$  .
  - En déduire, pour tout réel  $x$  le signe de  $f'(x)$  .
2. a) Dresser le tableau de variation de  $f$  sur  $[-3 ; 3]$ .
- La fonction  $f$  admet-elle des extrema sur l'intervalle  $[-3 ; 3]$  ? Lesquels ?
3. a) Vérifier que -3, 0 et 1 sont des racines de  $f$  .

b) Que représentent les points d'abscisses respectives -3, 0 et 1 ; pour  $C_f$ , la courbe représentative de la fonction  $f$  ?

4. a) Déterminer l'équation réduite de la tangente  $T_0$  à la courbe  $C_f$  au point d'abscisse 0.

b) Etudier, sur l'intervalle  $[-3 ; 3]$ , la position relative de  $C_f$  et de  $T_0$ .

**Exercice 3** On se place dans le plan muni d'un repère orthonormé.

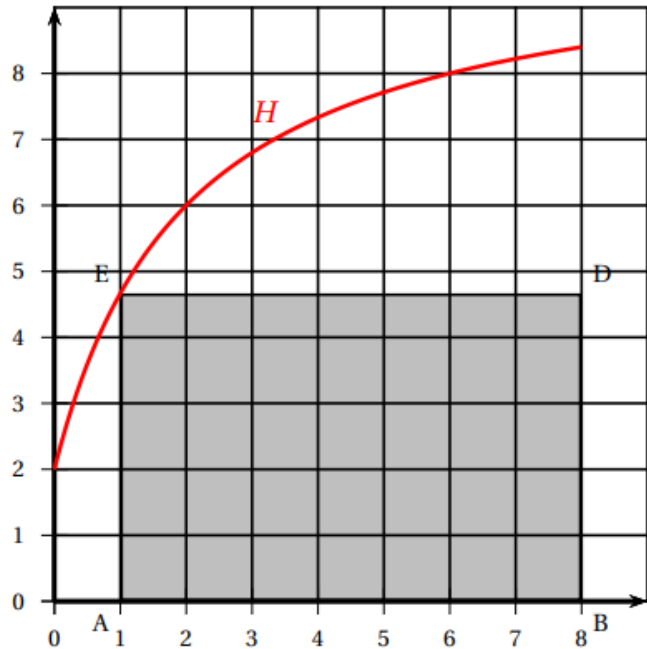
La courbe  $\mathcal{H}$  représentée sur le graphique ci-dessous est l'ensemble des points de l'hyperbole d'équation

$$y = \frac{10x+4}{x+2} \text{ avec } x \text{ appartenant à l'intervalle } [0 ; 8].$$

Pour toute abscisse  $x$  dans l'intervalle  $[0 ; 8]$ , on construit le rectangle ABDE comme indiqué sur la figure.

On donne les informations suivantes :

- A et B sont sur l'axe des abscisses
- A est d'abscisse  $x$
- B et D ont pour abscisse 8
- E appartient à la courbe  $\mathcal{H}$
- D et E ont la même ordonnée



L'objectif de ce problème est de déterminer la ou les valeurs éventuelles de  $x$  de l'intervalle  $[0 ; 8]$  correspondant à un rectangle ABCD d'aire maximale.

1) a) Déterminer l'aire du rectangle ABCD lorsque  $x=0$ .

b) Déterminer l'aire du rectangle ABCD lorsque  $x=4$ .

2) On définit la fonction  $f$  qui à tout réel  $x$  de l'intervalle  $[0 ; 8]$  associe l'aire du rectangle ABCD.

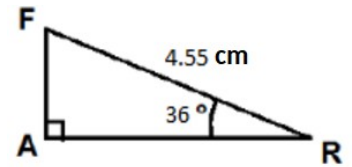
On admet que l'expression de la fonction  $f$  définie sur  $[0 ; 8]$  est donnée par :  $f(x) = \frac{-10x^2 + 76x + 32}{x+2}$

. Répondre au problème posé.

## PRODUIT SCALAIRE

### Exercice 4 Les questions sont indépendantes.

1) On considère le triangle RFA ci-contre, calculer  $\vec{RA} \cdot \vec{RF}$



2) Soit ABC un triangle isocèle en A tel que BC = 6 cm. Soit H le projeté orthogonale de A sur (BC).

Faire une figure. Calculer  $\vec{BA} \cdot \vec{BC}$ .

3) Soient A, B, C des points tels que  $\widehat{BAC} = \frac{\pi}{3}$  ;  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 6,01$  et AB = 1,75 cm.

Déterminer la longueur AC.

4) Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{w}$  des vecteurs de coordonnées respectives (10 ; 9) et (3 ; 5).

Calculer le produit scalaire  $\vec{u} \cdot \vec{w}$ . Les deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{w}$  sont-ils orthogonaux ?

5) Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{w}$  des vecteurs de coordonnées respectives (10 ; x) et (3 ; 5).

Existe-t-il des valeurs de x pour lesquelles les deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{w}$  sont orthogonaux ?

### Exercice 5 Les questions sont indépendantes.

1) Considérons les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{w}$  tels que  $\vec{u}^2 = 3$  ;  $\vec{w}^2 = 4$  et  $\|\vec{u} + \vec{w}\| = 9$

Calculer  $\vec{u} \cdot \vec{w}$ .

2) Considérons les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{w}$  tels que  $\|\vec{u}\| = 4$  ;  $\|\vec{w}\| = 3$  et  $\vec{u} \cdot \vec{w} = 6$ .

Calculer :

- $\|-\frac{\sqrt{7}}{2}\vec{u}\|$  ;  $\vec{u}^2$  ;  $\vec{w}^2$  ;  $(\vec{u} + \vec{w})^2$  ;  $(\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{w})^2 - (\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{w})^2$
- $(5\vec{u} - \vec{w})(3\vec{u} + \vec{w})$  ;

### Exercice 6

Soient A(0 ; 6) B(8 ; 6) et C(8 ; 0) trois points dans un repère orthonormé

(O ;  $\vec{i}$  ;  $\vec{j}$ ).

Soient K le milieu de [AB] et L le milieu de [BC].

1) Calculer les coordonnées des vecteurs  $\vec{OK}$  et  $\vec{OL}$ .

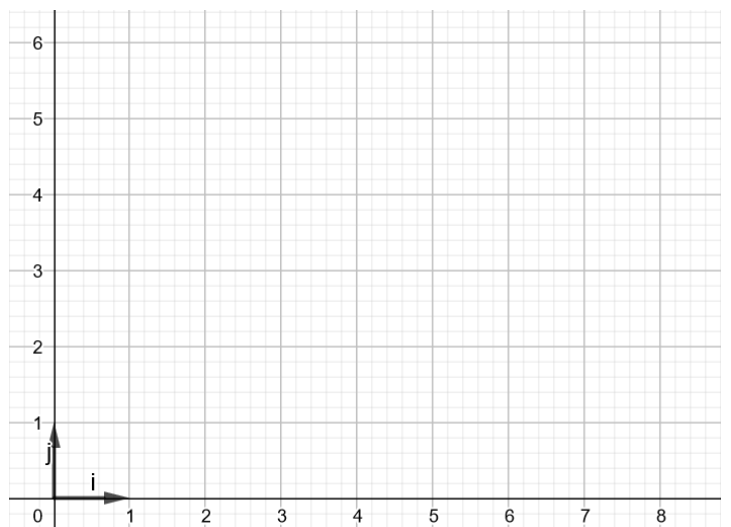
2) Calculer le produit scalaire  $\vec{OK} \cdot \vec{OL}$ .

3) Calculer les normes des vecteurs  $\vec{OK}$  et  $\vec{OL}$ .

4) Déterminer la mesure de l'angle  $\widehat{KOL}$ .

5) Déterminer la longueur KL.

6) Déterminer la mesure de l'angle  $\widehat{OLK}$



**Exercice 7**

Soit la suite  $(v_n)$  définie tout entier naturel  $n$ , par  $v_n = \frac{4n+1}{2n+3}$ .

- 1) Etudier le sens de variations de la suite  $(v_n)$ .
- 2) Ecrire une fonction « seuil » en Python, qui renvoie le premier indice  $n$  pour lequel le terme  $v_n$  dépasse un seuil donné. Que renvoie « seuil(1.9) » ?
- 3) Ecrire une fonction « suite » en Python, qui renvoie la liste des  $n+1$  termes de la suite  $(v_n)$ .
- 4) Conjecture la limite de la suite  $(v_n)$  en utilisant la fonction Python de la question 3).