

Correction 1

1. On a les deux limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} -\frac{1}{x} = -\infty$$

On en déduit la limite :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) + 1 - \frac{1}{x} = -\infty$$

- On a les deux limites :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -\frac{1}{x} = 0$$

On en déduit la limite :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) + 1 - \frac{1}{x} = +\infty$$

2. La fonction f admet pour dérivée :

$$f'(x) = \frac{1}{x} + 0 - \left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{x+1}{x^2}$$

Sur l'intervalle $]0; +\infty[$, le numérateur et le dénominateur sont positifs on en déduit que la fonction f' est positive sur cet intervalle.

Ainsi, la fonction f est croissante sur $]0; +\infty[$.

3. On a l'image par la fonction f :

$$f(1) = \ln(1) + 1 - \frac{1}{1} = 0 + 1 - 1 = 0$$

La fonction f étant croissante sur $]0; +\infty[$, on en déduit le tableau de signes :

x	0	1	$+\infty$
$f(x)$		-	0
		-	+

4. La fonction F est donnée sous la forme :

$$F(x) = u(x) \cdot v(x) - \ln x$$

où les fonctions u et v sont définies par :

$$u(x) = x ; \quad v(x) = \ln x$$

qui admettent pour dérivées :

$$u'(x) = 1 ; \quad v'(x) = \frac{1}{x}$$

La formule de dérivation d'un produit permet d'obtenir l'expression de la fonction F :

$$F'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x) - \frac{1}{x}$$

$$= 1 \cdot \ln x + x \times \frac{1}{x} - \frac{1}{x} = \ln x + 1 - \frac{1}{x} = f(x)$$

On en déduit que la fonction F est une primitive de la fonction f .

5. On a $F' = f$ et d'après la question 3., la fonction f est strictement positive sur $]1; +\infty[$.

On en déduit que la fonction F est strictement croissante sur $]1; +\infty[$.

6. Déterminons les limites de la fonction F aux bornes de $]1; +\infty[$:

$$\bullet \lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} x \cdot \ln x - \ln x = 1 \times 0 - 0 = 0$$

- On a la factorisation :

$$F(x) = x \cdot \ln x - \ln x = \ln x \cdot (x - 1)$$

On a les deux limites :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 = +\infty$$

On en déduit la limite :

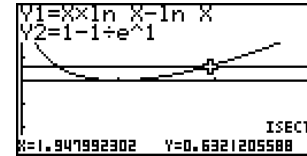
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x \cdot (x - 1) = +\infty$$

De plus :

- la fonction F est continue $]1; +\infty[$.
- la fonction F est strictement croissante $]1; +\infty[$.
- le nombre $1 - \frac{1}{e}$ est compris entre les limites de la fonction F aux bornes de l'intervalle $]1; +\infty[$.

D'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, on en déduit que l'équation $F(x) = 1 - \frac{1}{e}$ admet une unique solution sur l'intervalle $]1; +\infty[$.

7. Voici une capture d'écran d'une calculatrice :



On obtient l'encadrement de α : $1,9 \leq \alpha \leq 2$

Correction 2

1. Pour montrer que la droite (d) est la droite d'intersection des plans (P) et (Q) , montrons que tout point de la droite (d) vérifie les deux équations cartésiennes de ces deux plans.

Soit M un point de la droite (d) . Il existe un réel $t \in \mathbb{R}$ tel que $M(-4-2t; 4+t; t)$

$$\bullet x_M + y_M + z_M = (-4-2t) + (4+t) + t = 0 + 0t = 0$$

On en déduit que tout point M de la droite (d) appartient au plan (P) : la droite (d) est incluse dans le plan (P) .

$$\bullet 2x_M + 3y_M + z_M - 4 = 2(-4-2t) + 3(4+t) + t - 4 = -8 - 4t + 12 + 3t + t - 4 = 0 + 0t = 0$$

On en déduit que tout point M de la droite (d) appartient au plan (Q) : la droite (d) est incluse dans le plan (Q) .

On vient de montrer que les plans (P) et (Q) ont pour intersection la droite (d) .

2. a. L'équation du plan (P_λ) peut s'écrire :

$$(1-\lambda) \cdot (x+y+z) + \lambda \cdot (2x+3y+z-4) = 0$$

$$(1-\lambda) \cdot x + (1-\lambda) \cdot y + (1-\lambda) \cdot z + 2 \cdot \lambda \cdot x + 3 \cdot \lambda \cdot y + \lambda \cdot z - 4 \cdot \lambda = 0$$

$$(1-\lambda+2\lambda) \cdot x + (1-\lambda+3\lambda) \cdot y + (1-\lambda+\lambda) \cdot z - 4 \cdot \lambda = 0$$

$$(1+\lambda) \cdot x + (1+2\lambda) \cdot y + z - 4 \cdot \lambda = 0$$

A partir de cette équation cartésienne du plan (P_λ) , on en déduit que le vecteur $\vec{n}(1+\lambda; 1+2\lambda; 1)$ est un vecteur normal au plan (P) .

- b. Le point de coordonnées $(0; 0; 0)$ appartient au plan (P) ; pour que ce point appartienne au plan (P_λ) , il est nécessaire :

$$(1+\lambda) \cdot x + (1+2\lambda) \cdot y + z - 4 \cdot \lambda = 0$$

$$(1+\lambda) \times 0 + (1+2\lambda) \times 0 + 0 - 4 \cdot \lambda = 0$$

$$-4 \cdot \lambda = 0$$

$$\lambda = 0$$

Ainsi, pour que le point O appartienne au plan (P) ,



il est nécessaire que $\lambda=0$. Pour cette valeur, le plan $(\mathcal{P}_\lambda)$ admet pour équation cartésienne :

$$(1+\lambda) \cdot x + (1+2\lambda) \cdot y + z - 4\lambda = 0$$

$$(1+0)x + (1+0)y + z - 4 \cdot 0 = 0$$

$$x + y + z = 0$$

On en déduit que pour $\lambda=0$, les plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}_\lambda)$ sont confondus.

- c. Le vecteur $\vec{m}(1;1;1)$ est un vecteur normal au plan $(\mathcal{P})$. Pour que les plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}_\lambda)$ sont perpendiculaires si, et seulement si, les vecteurs $\vec{m}$ et $\vec{n}$ sont orthogonaux.

Ainsi, il est nécessaire que le produit scalaire des vecteurs $\vec{m}$ et $\vec{n}$ soit nul :

$$\vec{m} \cdot \vec{n} = 0$$

$$1 \times (1+\lambda) + 1 \times (1+2\lambda) + 1 \times 1 = 0$$

$$1 + \lambda + 1 + 2\lambda + 1 = 0$$

$$3 + 3\lambda = 0$$

$$3\lambda = -3$$

$$\lambda = -\frac{3}{3}$$

$$\lambda = -1$$

Les plans $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{P}_{-1})$ sont perpendiculaires entre eux.

3. Le plan $(\mathcal{P}_{-1})$ a pour équation :

$$-y + z + 4 = 0$$

Ainsi, la droite (d') a pour équation :

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ -y + z + 4 = 0 \end{cases}$$

La seconde équation permet d'obtenir la valeur de y en fonction de z :

$$-y + z + 4 = 0$$

$$-y = -z - 4$$

$$y = z + 4$$

En substituant, dans la première équation, cette expression de y , on obtient la valeur de x en fonction de celle de z :

$$x + y + z = 0$$

$$x + (z + 4) + z = 0$$

$$x + 2z + 4 = 0$$

$$x = -2z - 4$$

Ainsi, tout point de la droite (d') admet pour coordonnées :

$$M(-2z-4; z+4; z) \quad \text{où } z \in \mathbb{R}$$

Ainsi, la droite (d') admet pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = -4 - 2t \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases} \quad \text{où } t \in \mathbb{R}$$

Cette représentation paramétrique de la droite (d') étant identique à celle de la droite (d) , cela permet d'affirmer que les droites (d) et (d') sont confondues.

4. Notons M le projeté du point A sur la droite (d) . Ce point appartenant à la droite (d) , on en déduit qu'il existe $t \in \mathbb{R}$ tel que :

$$M(-4-2t; 4+t; t)$$

Ainsi, le vecteur $\vec{AM}$ a pour coordonnées :

$$\vec{AM}(x_M - x_A; y_M - y_A; z_M - z_A)$$

$$= (-4 - 2t - 1; 4 + t - 1; t - 1)$$

$$= (-5 - 2t; 3 + t; t - 1)$$

La droite (d) admet le vecteur $\vec{m}(-2;1;1)$ comme vecteur directeur; or, le point M étant le projeté orthogonal du point A sur la droite (d) , on en déduit que le produit scalaire des vecteurs $\vec{m}$ et $\vec{AM}$ est nécessairement nul :

$$\vec{m} \cdot \vec{AM} = 0$$

$$(-2) \times (-5 - 2t) + 1 \times (3 + t) + 1 \times (t - 1) = 0$$

$$10 + 4t + 3 + t + t - 1 = 0$$

$$12 + 6t = 0$$

$$6t = -12$$

$$t = -2$$

Ainsi, le point M a pour coordonnées :

$$M(-4 - 2t; 4 + t; t) = (-4 - 2 \cdot (-2); 4 + (-2); -2)$$

$$= (-4 + 4; 2; -2) = (0; 2; -2)$$

Ainsi, on a la distance suivante entre le point A et la droite (d) :

$$AM = \sqrt{(x_M - x_A)^2 + (y_M - y_A)^2 + (z_M - z_A)^2}$$

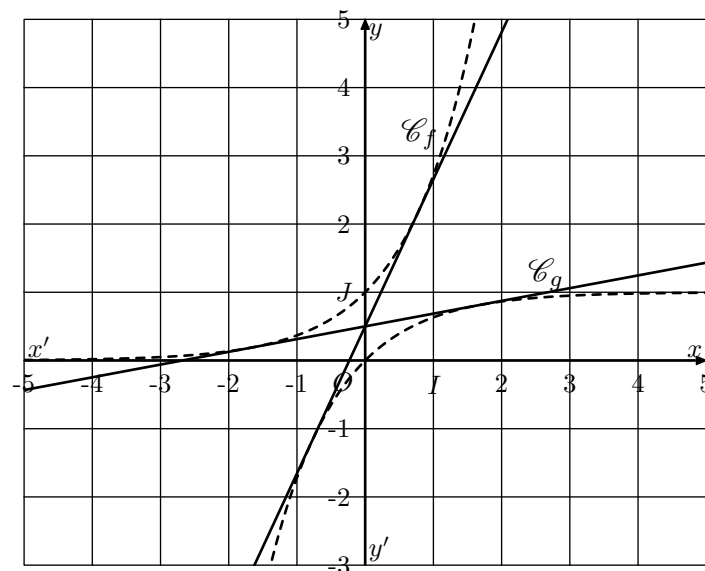
$$= \sqrt{(0 - 1)^2 + (2 - 1)^2 + (-2 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{1 + 1 + 9} = \sqrt{11}$$

Correction 3

Partie A

Voici, ci-dessous, représentées les tangentes communes à ces deux courbes.



Partie B

1. a. La fonction f admet pour dérivée la fonction f' dont l'expression est :

$$f'(x) = e^x$$

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse A est le nombre dérivée de la fonction f en A .

Ainsi, il a pour valeur : $f'(a) = e^a$.

- b. La fonction g admet pour dérivée la fonction g' dont l'expression est :

$$g'(x) = 0 - (-e^{-x}) = e^{-x}$$



Le coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse B est le nombre dérivée de la fonction g en B .

Ainsi, il a pour valeur : $g'(b) = e^{-b}$

- c. Ainsi, si les nombres a et b définissent une même tangente aux courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$, les droites (D) et (Δ) doivent être confondues.

Ainsi, elles doivent avoir le même coefficient directeur.

On obtient l'égalité suivante :

$$e^a = e^{-b}$$

Par les propriétés de la fonction exponentielle :

$$a = -b$$

$$-a = b$$

2. Dans le cas où $b = -a$, les deux équations de droites deviennent :

• (Δ) : $y = e^a \cdot x + (e^a - a \cdot e^a)$

• (D) : $y = e^{-(a)} \cdot x + [1 - (-a) \cdot e^{-(a)} - e^{-(a)}]$

$$y = e^a \cdot x + (1 + a \cdot e^a - e^a)$$

Les deux droites étant confondues, elles doivent avoir la même ordonnée à l'origine. Ainsi, le nombre a doit réaliser l'égalité :

$$e^a - a \cdot e^a = 1 + a \cdot e^a - e^a$$

$$0 = 1 + a \cdot e^a - e^a - e^a + a \cdot e^a$$

$$0 = 1 + 2a \cdot e^a - 2e^a$$

$$2 \cdot e^a \cdot (a - 1) + 1 = 0$$

Ainsi, le nombre a est une solution de l'équation :

$$2 \cdot (x - 1) \cdot e^x + 1 = 0$$

Partie C

1. a. Déterminons les deux limites :

- On a les deux limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x - 1 = +\infty ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = 1$$

On en déduit la limite :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2 \cdot (x - 1) \cdot e^x + 1 = +\infty$$

- La fonction φ admet l'expression développée :

$$\varphi(x) = 2 \cdot (x - 1) \cdot e^x + 1 = 2 \cdot x \cdot e^x - 2 \cdot e^x + 1$$

On a les deux limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} 2 \cdot x \cdot e^x = 0 ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} 2 \cdot e^x = 0$$

On en déduit la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} 2 \cdot x \cdot e^x - 2 \cdot e^x + 1 = 1$$

- b. L'expression de la fonction φ est donnée sous la forme :

$$\varphi(x) = u(x) \cdot v(x) + 1$$

où les fonctions u et v sont définies par :

$$u(x) = 2(x - 1) ; \quad v(x) = e^x$$

qui admettent pour dérivées :

$$u'(x) = 2 ; \quad v'(x) = e^x$$

La formule de dérivation d'un produit permet d'obtenir l'expression de la fonction φ' :

$$\varphi'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x) + 0$$

$$= 2 \cdot e^x + 2 \cdot (x - 1) \cdot e^x = e^x \cdot [2 + 2(x - 1)]$$

$$= e^x \cdot (2 + 2x - 2) = 2x \cdot e^x$$

La fonction exponentielle étant strictement positive sur $\mathbb{R}$, on obtient le tableau de signes de la fonction φ' :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$\varphi'(x)$	-	0	+

- c. On a l'image :

$$\varphi(0) = 2 \cdot (0 - 1) \cdot e^0 + 1 = 2 \times (-1) \times 1 + 1 = -1$$

Voici le tableau de variations de la fonction φ :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
Variation de φ	1	-1	$+\infty$

2. a. Effectuons une disjonction de cas sur la réunion :

$$\mathbb{R} =]-\infty ; 0] \cup]0 ; +\infty[.$$

- Sur l'intervalle $]-\infty ; 0]$:

On a les limites aux bornes de l'intervalle :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x) = 1 ; \quad \varphi(0) = -1$$

De plus :

➡ La fonction φ est continue sur $]-\infty ; 0]$

➡ la fonction φ est strictement décroissante sur $]-\infty ; 0]$

➡ le nombre 0 est compris entre les limites aux bornes de l'intervalle $]-\infty ; 0]$

D'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, il existe un unique nombre α appartenant à $]-\infty ; 0]$ solution de l'équation :

$$\varphi(\alpha) = 0$$

- Sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$:

On a les deux limites aux bornes de l'intervalle :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \varphi(x) = -1 ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x) = +\infty$$

De plus :

➡ la fonction φ est continue sur $]0 ; +\infty[$

➡ la fonction φ est strictement croissante sur $]0 ; +\infty[$

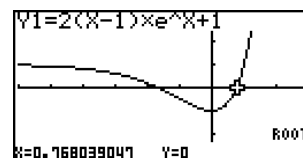
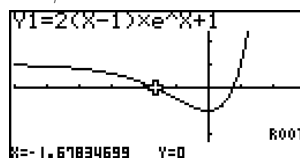
➡ le nombre 0 est compris entre les limites aux bornes de l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

D'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, il existe un unique nombre β appartenant à $]0 ; +\infty[$ solution de l'équation :

$$\varphi(\beta) = 0$$

Ainsi, l'équation $\varphi(x) = 0$ admet deux solutions.

- b. Voici les deux captures d'écran de la calculatrice permettant d'obtenir les valeurs approchées de α et de β :



$$\alpha \approx -1,68 ; \quad \beta \approx 0,77$$

Partie D

1. Déterminons les coordonnées des deux points E et F :

- Le point E a pour coordonnées : $E(\alpha ; e^\alpha)$

- Le point F a pour coordonnées :

$$F(-\alpha ; g(-\alpha)) = (-\alpha ; 1 - e^{-(\alpha)})$$

$$= (-\alpha ; 1 - e^\alpha)$$

Ainsi, la droite (EF) a pour coefficient directeur :



$$\frac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = \frac{(1 - e^\alpha) - e^\alpha}{-\alpha - \alpha} = \frac{1 - 2e^\alpha}{-2\alpha}$$

On a montré à la question B. 2. que α était solution de l'équation :

$$2(\alpha - 1) \cdot e^\alpha + 1 = 0$$

$$2 \cdot \alpha \cdot e^\alpha - 2 \cdot e^\alpha + 1 = 0$$

$$1 - 2 \cdot e^\alpha = -2 \cdot \alpha \cdot e^\alpha$$

Ainsi, le coefficient directeur de la droite (EF) admet pour expression :

$$\frac{1 - 2e^\alpha}{-2\alpha} = \frac{-2 \cdot \alpha \cdot e^\alpha}{-2 \cdot \alpha} = e^\alpha = f'(\alpha)$$

La droite (EF) passant par le point E appartenant à $\mathcal{C}_f$ et ayant le même coefficient directeur que la tangente au point E , on en déduit qu'elle est confondue avec la tangente.

2. La droite (EF) a pour coefficient directeur e^α et la tangente au point F a pour coefficient directeur :

$$g'(-\alpha) = e^{-(-\alpha)} = e^\alpha$$

Le coefficient directeur de la droite (EF) est égal à celui de la tangente au point F : on en déduit que (EF) est la tangente à la courbe $\mathcal{C}_g$ au point F .

On vient d'établir que la droite (EF) est une tangente commune aux courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

Correction 4

1. a. Voici le tableau complété :

variables	i	d	a	b	s
initialisation			0	0	
1 ^{er} passage boucle Pour	1	1	1	0	1
2 ^e passage boucle Pour	2	6	1	0	1
3 ^e passage boucle Pour	3	4	1	1	2

- b. La valeur de la variable s est obtenue par la somme des valeurs des variables a et b qui appartiennent à l'ensemble $\{0; 1\}$. Ainsi, la valeur renvoyée par la fonction f prend ses valeurs parmi $\{0; 1; 2\}$

Plus précisément :

- s aura la valeur 0 si les deux pièces sont du côté face.
- s aura la valeur 2 si les deux pièces sont du côté pile.
- s aura la valeur 1 si les deux pièces ne sont pas du même côté.

Ainsi, pour savoir si les deux pièces sont du côté pile, il suffit de savoir si la variable s a la valeur 2.

2. a. Au départ du jeu, les deux pièces sont du côté face. Ainsi, on a les deux valeurs :

- $x_0 = \mathcal{P}(\mathcal{X}_0) = 1$
- $y_0 = \mathcal{P}(\mathcal{Y}_0) = 0$
- $z_0 = \mathcal{P}(\mathcal{Z}_0) = 0$

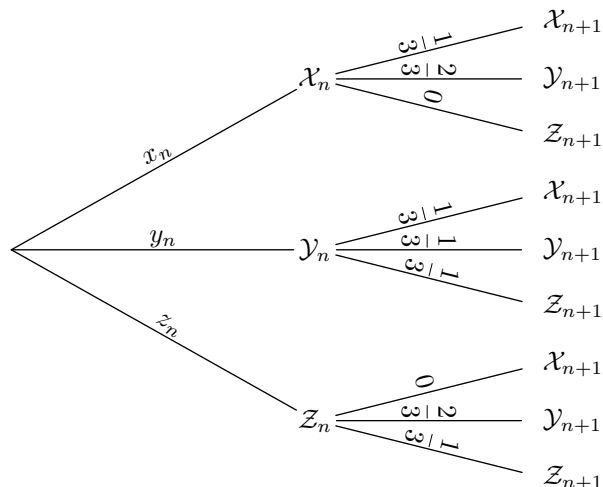
- b. Rechercher la probabilité $\mathcal{P}_{\mathcal{X}_n}(\mathcal{X}_{n+1})$ se traduit par : "Sachant qu'à l'étape n les deux pièces sont du côté

face, quelle est la probabilité pour que les deux pièces soient du côté face à l'étape suivante."

Or, pour que les pièces ne changent pas de côté, il faut que le dé lancé ait pour face 1 ou 2.

$$\text{Ainsi, on a : } \mathcal{P}_{\mathcal{X}_n}(\mathcal{X}_{n+1}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- c. Voici l'arbre de choix complété :



- d. Sur deux pièces, si on compte le nombre de pièces possédant un côté pile, il ne peut y avoir comme valeur que $\{0; 1; 2\}$.

Ainsi, les événements $\mathcal{X}_n$, $\mathcal{Y}_n$ et $\mathcal{Z}_n$ forment une partition de l'univers. On a :

$$\mathcal{P}(\mathcal{X}_n) + \mathcal{P}(\mathcal{Y}_n) + \mathcal{P}(\mathcal{Z}_n) = 1$$

$$x_n + y_n + z_n = 1$$

$$z_n = 1 - x_n - y_n$$

- e. Les événements $\mathcal{X}_n$, $\mathcal{Y}_n$ et $\mathcal{Z}_n$ forment une partition de l'univers.

D'après la formule des probabilités totales, on a :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\mathcal{Y}_{n+1}) &= \mathcal{P}(\mathcal{Y}_{n+1} \cap \mathcal{X}_n) + \mathcal{P}(\mathcal{Y}_{n+1} \cap \mathcal{Y}_n) + \mathcal{P}(\mathcal{Y}_{n+1} \cap \mathcal{Z}_n) \\ &= \mathcal{P}(\mathcal{X}_n) \cdot \mathcal{P}_{\mathcal{X}_n}(\mathcal{Y}_{n+1}) + \mathcal{P}(\mathcal{Y}_n) \cdot \mathcal{P}_{\mathcal{Y}_n}(\mathcal{Y}_{n+1}) \\ &\quad + \mathcal{P}(\mathcal{Z}_n) \cdot \mathcal{P}_{\mathcal{Z}_n}(\mathcal{Y}_{n+1}) \end{aligned}$$

$$= x_n \cdot \frac{2}{3} + y_n \cdot \frac{1}{3} + z_n \cdot \frac{2}{3}$$

On en déduit la relation :

$$y_{n+1} = x_n \cdot \frac{2}{3} + y_n \cdot \frac{1}{3} + z_n \cdot \frac{2}{3}$$

D'après la question précédente :

$$y_{n+1} = \frac{2}{3} \cdot x_n + \frac{1}{3} \cdot y_n + \frac{2}{3} \cdot (1 - x_n - y_n)$$

$$y_{n+1} = \frac{2}{3} \cdot x_n + \frac{1}{3} \cdot y_n + \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \cdot x_n - \frac{2}{3} \cdot y_n$$

$$y_{n+1} = -\frac{1}{3} \cdot y_n + \frac{2}{3}$$

- f. D'après la définition de la suite (b_n) , on a :

$$b_{n+1} = y_{n+1} - \frac{1}{2} = \left(-\frac{1}{3} \cdot y_n + \frac{2}{3}\right) - \frac{1}{2} = -\frac{1}{3} \cdot y_n + \frac{4}{6} - \frac{3}{6}$$

$$= -\frac{1}{3} \cdot y_n + \frac{1}{6} = -\frac{1}{3} \cdot \left(y_n - \frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{3} \cdot b_n$$

On vient d'établir que la suite (b_n) est une suite géométrique de raison $-\frac{1}{3}$.

Son premier terme a pour valeur :

$$b_0 = y_0 - \frac{1}{2} = 0 - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$$

Ainsi, les termes de la suite (b_n) admettent pour ex-

pression :

$$b_n = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^n$$

De la définition des termes de la suite (b_n) , on en déduit :

$$b_n = y_n - \frac{1}{2}$$

$$-\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^n = y_n - \frac{1}{2}$$

$$y_n = -\frac{1}{2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^n + \frac{1}{2}$$

g. De la comparaison $-1 < -\frac{1}{3} < 1$, on en déduit :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{1}{3}\right)^n = 0$$

On en déduit la limite :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^n = \frac{1}{2}$$

On peut interpréter le résultat de la manière suivante :

“en augmentant le nombre de lancers de dé, il y aura autant de chance d’avoir une pièce côté pile et l’autre face que de chance d’avoir les deux pièces retournées du même côté.”

