Exercice 1 (4 points)

Pour les fonctions suivantes :

- déterminer leur ensemble de définition
- justifier et déterminer leur ensemble de dérivabilité
- calculer la fonction dérivée puis étudier soigneusement son signe.
- Dresser ensuite le tableau de variation en précisant les valeurs exactes des éventuels extrémums.

1) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$ 2) $f(x) = x + \dfrac{9}{x-2}$

Exercice 2 (2,5 points)

Déterminer pour chacune des fonctions f l'expression de sa fonction dérivée f' sur l'intervalle I indiqué (sans vous préoccuper de la justification de la dérivabilité) ;
Vous indiquerez néanmoins la ou les formules utilisées.

1. $f(x) = (x^2+1)\sqrt{x}$ avec $\mathrm{I} =]0; +\infty[$

2. $f(x) = \sqrt{2x+1}$ avec $\mathrm{I} = [0; +\infty[$

3. $f(x) = (2x+1)^5$ avec $\mathrm{I} = \mathbb{R}$

Exercice 3 (1,5 points)

Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$. On donne ci-dessous la courbe de f ainsi que les courbes de trois fonctions f_1, f_2 *et* f_3 définies sur $\mathbb{R}$.

Une de ces fonctions est la dérivée de f : laquelle ?

Justifier en procédant par élimination.

Courbe de f

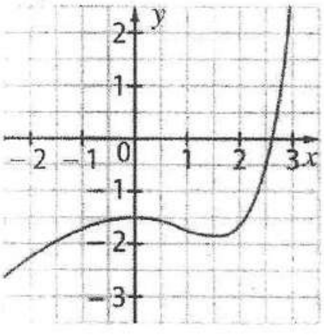


Figure 1

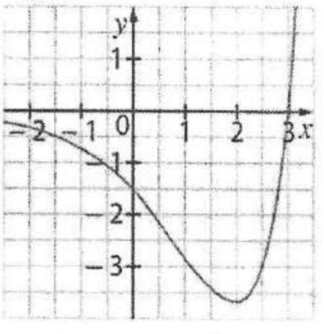


Figure 2

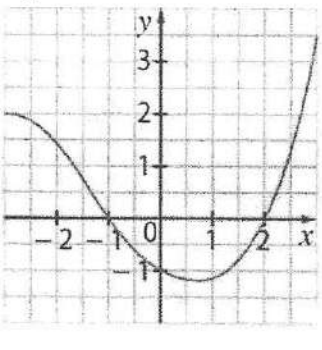
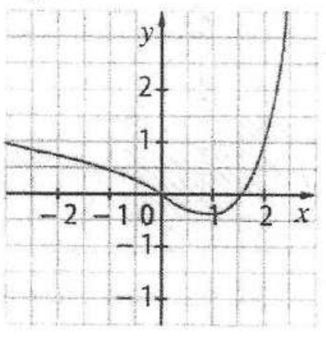


Figure 3



Exercice 4 (6 points)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2+2x+6}{x-1}$.

1. Existe-t-il une valeur interdite pour f ?
2. Après avoir déterminé et justifié le domaine de dérivabilité, montrer que la dérivée $f'(x)$ est du signe de x^2-2x-8.
3. Déterminer les variations de la fonction f et présentez les dans un tableau.
4. Dans un repère, on appelle $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f et T_4 sa tangente au point d'abscisse 4. Déterminer l'équation de T_4.
5. Existe-t-il des points de $\mathscr{C}_f$ admettant une tangente parrallèles à la droite d'équation $y=-2x+3$? Si oui, déterminer leur abscisse.

Exercice 5 (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3-2x$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Déterminer le signe de $f'(x)$ et en déduire le tableau de variation de f.
3. Déterminer l'équation de la tagente T à la courbe $\mathscr{C}$ représentative de f au point A d'abscisse 1.
4. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $[0;+\infty[$ par $g(x)=x-2$.
   a. Montrer que pour tout réel x, on a : $f(x)-g(x)=(x-1)(x^2+x-2)$
   b. Etudier le signe de $f(x)-g(x)$.
   c. Déterminer la position relative de $\mathscr{C}$ par rapport à T.

Exercice 6 (2 points)

La parabole d'équation $y=-\frac{4}{9}x^2+4$ représentée ci-dessous a pour sommet le point S(0 ;4).
Le rectangle hachuré a une aire maximale. Quelles sont ses dimensions ?
Toute trace de recherches sera valorisée