

Devoir maison n°2

À rendre le samedi 18 février 2023

Exercice 1. Choisir un podcast

Zoé écoute deux podcasts musicaux mensuels différents :

- Dans le podcast 1, la probabilité qu'un titre joué lui plaise est 0,9 et le podcast est constitué de 10 titres (que l'on suppose indépendants) ;
- Dans le podcast 2, la probabilité qu'un titre joué lui plaise est 0,75 et le podcast est constitué de 12 titres (que l'on suppose indépendants) ;

On appelle P_1 (respectivement P_2) la variable aléatoire donnant le nombre de titres joués lui plaisant dans le podcast 1 (respectivement podcast 2).

1. Donner les lois de P_1 et de P_2 .
2. Justifier que dans les deux podcasts il y a en moyenne autant de titres qui plaisent à Zoé.
3. Calculer $P(7 \leq P_1 \leq 9)$ et $P(8 \leq P_2 \leq 11)$.
4. Lequel des deux podcasts doit-elle privilégier si elle souhaite entendre au moins 8 titres qui lui plaisent ?

Exercice 2. Surréservation

Partie A. Modélisation du problème.

La compagnie « in the air » dispose d'un avion de 240 places pour un vol intérieur. On considère que les comportements des passagers sont indépendants les uns des autres et on évalue à 0,9 la probabilité qu'un passager soit présent à l'embarquement. On suppose dans cette partie que la compagnie a vendu exactement 240 places et on considère la variable aléatoire X égale au nombre de passagers embarquant parmi les 240 possibles.

1. Justifier soigneusement que X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Quelle est l'espérance de X ? Interpréter ce nombre dans le contexte.
3. Calculer $P(X \leq 219)$. Donner une interprétation de ce nombre expliquant la nécessité pour la compagnie d'avoir recours à la surréservation.
4. Déterminer le plus petit entier k tel que $P(X \leq k) \geq 0,95$, puis interpréter le résultat.

Partie B. Étude du risque de surréservation.

Dans cette partie, la compagnie a vendu 257 places alors qu'elle n'en dispose que de 240.

1. Quel est le taux de surréservation, c'est-à-dire le rapport entre le nombre de places vendues au-delà de la capacité de l'appareil et cette même capacité ? On exprimera le résultat en pourcentage, arrondi à 0,1%.
2. On note Y la variable aléatoire égale au nombre de passagers se présentant effectivement à l'embarquement. Donner la loi de Y . Préciser ses paramètres.
3.
 - a. Pour quelles valeurs de Y la compagnie devra-t-elle refuser des passagers à l'embarquement ?
 - b. Déterminer la probabilité que la compagnie doive refuser au moins 1 client.
 - c. La compagnie souhaite ne pas prendre un risque supérieur à 1%. La situation envisagée est-elle acceptable pour la compagnie ?