LYCÉE PARC DE VILGÉNIS

Contrôle commun n°3 -

Spécialité mathématiques – 13 Février 2023

Rendre le sujet avec votre copie

(*durée : 3 heures*) / 40 points

NOM ……………………………………..

Exercice 1 *(9 points)*

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chacune des six questions, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Pour répondre, indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1) Une expression de la dérivée de la fonction $x \mapsto (2x-1)\sqrt{x}$ est la fonction :

a. $x \mapsto 2-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	**b.** $x \mapsto 2-\sqrt{x}$	**c.** $x \mapsto 3\sqrt{x}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	**d.** $x \mapsto 2x-\dfrac{1}{\sqrt{x}}+1$

2) Soit la suite (v_n) définie par $v_0=2{,}1$ et pour tout entier naturel non nul n, $v_{n+1}=5v_n^{\,2}+v_n-1$.

On considère la fonction Python suite() ci-contre. Que renvoie-t-elle ?

```python
def suite():
    k=0
    v=2.1
    while v<10000:
        k=k+1
        v=5*v**2+v-1
    return k
```

a. 2,1	**b. 3**	**c. 2**	**d. 23,15**

3) Soit (t_n) la suite définie sur ℕ, par $t_n=\dfrac{n-3}{2n+1}$

Pour tout $n \in \mathbb{N}$, l'expression $t_{n+1}-t_n$ est égale à :

a. $\dfrac{2n+1}{(2n+1)(2n+3)}$	**b.** $\dfrac{7}{(2n+1)(2n+3)}$	**c.** $-\dfrac{5}{2}$	**d.** $\dfrac{-9n-11}{(2n+1)(2n+3)}$

4) Soit (v_n) la suite définie par $v_0=1$ et pour tout entier naturel non nul n, $v_n=0{,}9^n$.
Pour tout $n\in N$, le signe de l'expression $v_{n+1}-v_n$:

a. est positif	**b.** peut être négatif comme positif	**c.** dépend de n	**d.** négatif

5) Soit (v_n) la suite définie par $v_0=2$ et pour tout entier naturel non nul n, $v_{n+1}=5v_n-1$.

Quelle fonction Python permet de renvoyer les 5 premiers termes de la suite (v_n) ?

a.

```
def suite():
    v=2
    L=[v]
    for i in range(1,4):
        v=5*v-1
        L.append(v)
    return L
```

En appelant suite()

b.

```
def suite(n):
    v=2
    L=[v]
    for i in range(1,n+1):
        v=5*v-1
        L.append(v)
    return L
```

En appelant suite(4)

c.

```
def suite(n):
    v=2
    L=[v]
    for i in range(1,n+1):
        v=5*v-1
        L.append(v)
    return L
```

En appelant suite(5)

d.

```
def suite():
    v=2
    L=[v]
    for i in range(5):
        v=5*v-1
        L.append(v)
    return L
```

En appelant suite()

6) On donne ci-dessous le tableau de signes de la dérivée $f\,'$ d'une fonction f définie sur ℝ.

x	$-\infty$		- 3		2		66,1		$+\infty$
Signe de $f\,'(x)$		-	0	-	0	+	0	-	

En utilisant les informations données par le tableau de signes de $f\,'$, on peut affirmer que :

a. f admet un minimum en 2 sur $[-1;4]$	**b.** f est décroissante sur $]-\infty;5]$	**c.** f admet un extremum en -3 sur $[-4;1]$	**d.** f est croissante sur $[2;66{,}5]$

Exercice 2 *(7 points)*

Une municipalité propose une carte annuelle « pass culture » à ses administrés. Il s’agit d’une carte qui donne accès aux spectacles programmés dans la commune avec un tarif préférentiel.

Cette carte est proposée avec deux options : l’option « cinéma » et l’option « tout spectacle ». Un administré n’a droit qu’à une seule carte et celle-ci est individualisée par un numéro. Selon un critère social, une subvention de la municipalité peut être accordée lors de l’achat de cette carte.

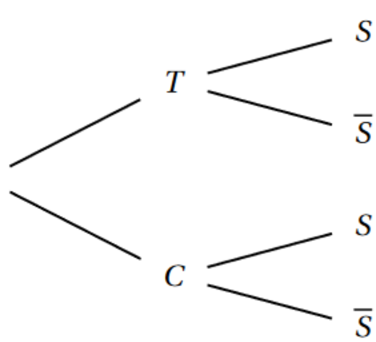
Pour cette année, le service municipal à la culture a donné le bilan suivant :

Les cartes avec l’option « tout spectacle » représentent 35 % des cartes « pass culture » et 25 % de celles-ci ont été l’objet de la subvention municipale.

Pour les cartes avec l’option « cinéma », 45 % ont été l’objet de la subvention. Lors d’une enquête, un numéro de carte est tiré au hasard. On note :

- T : l’évènement « le numéro tiré est celui d’une carte avec l’option tout spectacle » ;
- C : l’évènement « le numéro tiré est celui d’une carte avec l’option cinéma » ;
- S : l’évènement « le numéro tiré est celui d’une carte ayant été l’objet de la subvention ».

1) Compléter l’arbre de probabilité représenté ci-dessous.



2) Définir par une phrase l’évènement $C \cap \overline{S}$, puis calculer $P(C \cap \overline{S})$.

3) Montrer que la probabilité de l’évènement $\overline{S}$ est égale à 0,62.

4) L’expérience menée par la mairie sera reconduite l’année suivante si la probabilité que la carte soit avec option cinéma sachant qu’elle n’a pas fait l’objet d’une subvention dépasse 0,52.

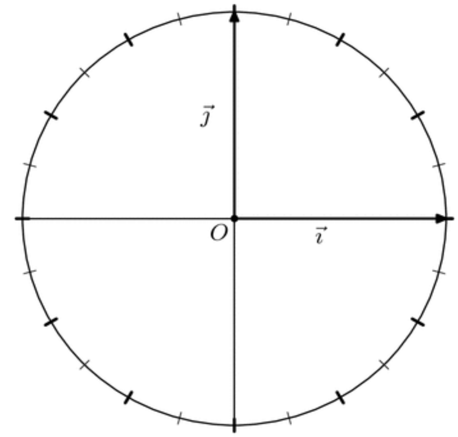
Cette expérience sera-t-elle reconduite l’an prochain ?

5) Les évènements C et $\overline{S}$ sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.

Exercice 3 *(9 points)*

1) a) Placer sur le cercle trigonométrique, ci-contre, les points A, B, C et D repérant respectivement les nombres suivants :

$\frac{-7\pi}{4}$; $\frac{15\pi}{2}$; $\frac{-8\pi}{3}$; $\frac{13\pi}{6}$;



b) En déduire la valeur de chacun des nombres ci-dessous.

$\sin(\frac{-7\pi}{4})$; $\cos(\frac{15\pi}{2})$; $\sin(\frac{-8\pi}{3})$; $\cos(\frac{13\pi}{6})$;

2) a) Résoudre dans $[-\pi;\pi]$ l'équation $\cos(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

b) Résoudre dans $[0;2\pi]$ de l'équation $\sin(x)=\sin\frac{\pi}{3}$.

3) Soit f la fonction définie sur IR par $f(x)=\cos(x)\sin^2(x)$. Déterminer la parité de f.

4) Soit x un nombre de l'intervalle $\left[\frac{3\pi}{2};2\pi\right]$ tel que $\cos(x)=\frac{1}{7}$.

Déterminer la valeur exacte de $\sin(x)$.

Exercice 4 *(14 points)*

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x)=\frac{2x}{x^2+9}+1$.

Soit C_f sa courbe représentative.

1) Justifier que f est dérivable sur IR puis que, pour tout $x \in$ IR, $f'(x)=-\frac{2(x^2-9)}{(x^2+9)^2}$.

2) a) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

b) En déduire les extrema éventuels de la fonction f sur l'intervalle [-4 ; -2] ; puis sur l'intervalle [1;4].

3) Montrer que l'équation réduite de la tangente T à C_f au point d'abscisse -1, est donnée par $y=0{,}16x+0{,}96$.

4) Soit g la fonction définie sur ℝ par $g(x)=4x^3-x^2-14x-9$.

a) Justifier que g dérivable sur ℝ et calculer sa dérivée.

b) Etudier le signe de $g'(x)$ pour tout $x\in$ ℝ.

c) En déduire le tableau de variations de g sur ℝ.

d) Calculer $g(-1)$ (et $g(2{,}25)$)

e) A l'aide des questions précédentes, montrer que :

- $g(x)\leqslant 0$ pour $x\in]-\infty;2{,}25]$;
- $g(x)\geqslant 0$ pour $x\in[2{,}25;+\infty[$

5) a) Montrer que pour tout $x\in$ ℝ , $f(x)-(0{,}16x+0{,}96)=-\dfrac{g(x)}{25(x^2+9)}$.

b) En déduire la position de la courbe C_f de la fonction f par rapport à la tangente T.

c) On a tracé ci-dessous la courbe C_f , représentée dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Tracer la droite T dans ce repère.