

Arithmétique

⌚ 1h30 📄 autorisée

I Exercice

Déterminer tous les couples d'entiers naturels (x, y) tels que $x^2 - 2xy = 15$.

II Exercice

Déterminer tous les entiers relatifs n tels que $(n - 3)$ divise $(n + 5)$.

III Exercice

Soit $k \in \mathbb{N}$, on pose $a = 9k + 2$ et $b = 12k + 1$.

Quels peuvent être les diviseurs positifs communs à a et à b ?

IV Exercice

Donner la division euclidienne de $-5\,000$ par 17 .

V Exercice

Trouver les entiers naturels qui, divisés par 5 , donnent un quotient égal à 3 fois le reste.

VI Exercice

Dans la division de a par b où $a, b \in \mathbb{N}$, le reste est 8 et dans la division de $2a$ par b , le reste est 5 .
Déterminer le diviseur b .

VII Exercice

Donner le reste de la division euclidienne de :

1) 50^{100} par 7

2) 100^{100} par 7

3) $4\,321^{1237} + 1\,234^{4321}$ par 7

VIII Exercice

Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}$, $3^{n+3} - 4^{4n+2}$ est divisible par 11 .

IX Exercice

Donner les restes possibles de n^2 dans la division par 7 suivant les valeurs de l'entier relatif n .
En déduire les solutions de $n^2 \equiv 2[7]$.

X Exercice

Résoudre dans \mathbb{Z} l'équation $4x \equiv 5[9]$.

XI Bonus

Montrer que la somme de trois cubes consécutifs est divisible par 9 .