

*Suites géométriques de raison  $q$*

*Suites arithmétiques de raison  $r$*

1

2

$$\forall n \in \mathbb{N},$$

$$1 + 2 + 3 + \dots + n =$$

$$\text{Soit } q \neq 1.$$

$$\forall n \in \mathbb{N},$$

$$1 + q + q^2 + \dots + q^n =$$

3

4

*Somme de suites arithmétiques*

*Somme de suites géométriques*

5

6

*Principe de récurrence*

*Inégalité de Bernoulli*

7

8

$$\begin{aligned}\forall n \in \mathbb{N} , \\ u_{n+1} &= u_n + r \\ u_n &= u_0 + nr \\ u_n &= u_p + (n - p)r\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\forall n \in \mathbb{N} , \\ u_{n+1} &= u_n \times q \\ u_n &= u_0 \times q^n \\ u_n &= u_p \times q^{n-p}\end{aligned}$$

2

1

$$\frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

$$\frac{n(n+1)}{2}$$

4

3

$(u_n)$  géométrique ,  $p < n$  et  $q \neq 1$  :

$$S = \sum_{k=p}^n u_k = u_p \times \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}$$

$(u_n)$  arithmétique et  $p < n$  :

$$S = \sum_{k=p}^n u_k = (n - p + 1) \frac{u_p + u_n}{2}$$

.

6

5

Pour tout réel  $a$  strictement positif, pour tout entier naturel  $n$ ,

$$(1 + a)^n \geq 1 + na$$

On montre que pour tout entier naturel  $n \geq n_0$ ,

$P_n$  : "....." est vraie.

**Initialisation** : on montre que  $P_{n_0}$  est vraie.

**Hérédité** : on suppose que  $P_n$  est vraie pour un rang  $n \geq n_0$  quelconque fixé (hypothèse de récurrence) et on montre que  $P_{n+1}$  est vraie.

**Conclusion** : la propriété  $P_n$  étant vraie au rang  $n_0$  et étant héréditaire, on a  $P_n$  est vraie pour tout entier naturel  $n \geq n_0$ .

8

7

*Que signifie  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = L$  ?*

9

*Que signifie  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  ?*

10

*Quelles sont les formes  
indéterminées ?*

11

*Théorème d'encadrement (ou des  
gendarmes)*

12

*Théorèmes de convergence de  
suites monotones*

13

*Théorèmes de divergences de  
suites monotones*

14

*Théorèmes de comparaison*

15

*Convergence de  $(q^n)$*

16

La suite  $(u_n)$  tend vers  $+\infty$  lorsque tout intervalle ouvert de la forme  $]A; +\infty[$  contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang  $N$ , c'est à dire  $\forall n \geq N, u_n > A$ .

10

La suite  $(u_n)$  converge vers  $L$  (ou tend vers  $L$ ) lorsque  $n$  tend vers  $+\infty$ , ssi tout intervalle  $I$  ouvert contenant  $L$  contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang  $N$ , c'est-à-dire  $\forall n \geq N, u_n \in I$ .

9

Soient  $(u_n), (v_n)$  et  $(w_n)$  trois suites et  $L \in \mathbb{R}$  tels que :  
Si  $v_n \leq u_n \leq w_n$  à partir d'un certain rang et si  $(v_n)$  et  $(w_n)$  convergent vers la même limite  $L$ , alors la suite  $(u_n)$  converge et a pour limite  $L$ .

$$\begin{matrix} \text{''}\infty - \infty \text{''} & \text{''}\frac{\infty}{\infty} \text{''} \\ \text{''}\frac{0}{0} \text{''} & \text{''}0 \times \infty \text{''} \end{matrix}$$

12

11

- Toute suite croissante et non majorée a pour limite  $+\infty$ .
- Toute suite décroissante et non minorée a pour limite  $-\infty$ .
- Toute suite croissante et majorée converge.
- Toute suite décroissante et minorée converge.

14

13

Si  $q > 1$  ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = +\infty$  .  
Si  $-1 < q < 1$  ,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} q^n = 0$  .  
Si  $q < -1$  ,  $(q^n)$  diverge.

Soient  $(u_n)$  et  $(v_n)$  deux suites telles que  $u_n \leq v_n$  à partir d'un certain rang.  
- Si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = +\infty$ .  
(Théorème de minoration)  
- Si  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = -\infty$  alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = -\infty$ .  
(Théorème de majoration)

16

15