

Exercices de TD- Feuille 6 (Lois usuelles)

Exercice 1

Un auditeur fidèle d'une radio téléphone régulièrement pour participer à un jeu. Compte-tenu du nombre de personnes désirant être candidat à ce jeu, on peut estimer qu'il a une chance sur 10 000 d'être sélectionné.

1. En moyenne, combien de fois doit-il appeler avant d'être sélectionné ?
2. Quelle est la probabilité qu'il soit sélectionné pour la première fois entre le 3^{ème} et le 200^{ème} appel ?

Exercice 2

1. Sachant que la probabilité pour qu'un étudiant soit reçu à l'examen est 0.4, calculer pour un groupe de 5 étudiants pris au hasard la probabilité pour que:
 - (a) aucun ne soit reçu
 - (b) un et un seul soit reçu
 - (c) au moins deux soient reçus
2. On interroge des étudiants au hasard, jusqu'à rencontrer un étudiant reçu. Quelle est la probabilité pour que:
 - (a) Il faille interroger 4 étudiants (et exactement 4)
 - (b) Il faille en interroger moins de 4.

Exercice 3

Une P.M.E. a 6 clients potentiels, chacun susceptible de signer un contrat de 100 000 euros annuel avec une probabilité de 50%. On considère que les clients n'ont aucune relation entre eux. Soit X le chiffre d'affaire annuel de cette P.M.E.

1. Donner la loi, l'espérance et la variance de X .
2. En fait l'entreprise n'a la capacité d'honorer que 4 contrats au maximum. Modifier en conséquence la question précédente.

Exercice 4

Un automobiliste a besoin de changer une pièce de son moteur. Une telle pièce coûte 100 euros à l'état neuf et 70 euros d'occasion, mais dans ce dernier cas elle n'a que 90% de chances de fonctionner. Si une telle mésaventure devait arriver l'automobiliste serait alors contraint d'acheter une autre pièce, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il trouve une pièce en état de marche.

1. L'automobiliste décide d'acheter d'occasion.
 - (a) Quelle est la probabilité qu'il doive acheter 3 pièces ou moins ?
 - (b) En moyenne, combien d'achats doit-il effectuer ?
 - (c) Cette solution est-elle plus intéressante que l'achat d'une pièce neuve ?
2. On suppose maintenant qu'au bout de 3 achats infructueux l'automobiliste se lasse et décide d'acheter une pièce neuve. Modifier en conséquence la réponse à la question précédente.

Exercice 5

On admet que le nombre de défauts X sur le verre d'une ampoule obéit à une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 4$. Calculer la probabilité des événements suivants:

1. L'ampoule est sans défaut
2. Il y a plus de défauts sur l'ampoule
3. Il y a entre 3 et 7 défauts sur l'ampoule.

Exercice 6

Un commerçant recompte rapidement son stock de marchandises. La véritable réponse est 50, mais comme il compte rapidement et peut donc commettre des erreurs le nombre de marchandises comptées est une variable aléatoire d'espérance 50 et d'écart-type 3. Majorer la probabilité que le commerçant fasse une erreur de plus de 5 unités dans son estimation.

Exercice 7

On suppose que Y suit une loi binomiale $B(10, 0.5)$. Donner une minoration de la probabilité de l'événement: " $|Y - 5| \leq 4$ " puis calculer exactement cette probabilité.

Exercice 8

Environ 10% des mouettes rieuses ont un poitrail de couleur rose (et non pas blanc).

1. Dans un petit groupe isolé de 10 mouettes rieuses, quelle est la probabilité qu'entre 2 et 4 qu'elles aient un poitrail rose ?
2. Un scientifique réalise des statistiques sur une population de 1000 mouettes rieuses. Soit X le nombre de mouettes au poitrail rose parmi celles-ci. Calculer $P(X < 2)$ et minorer $P(90 \leq X \leq 110)$.
3. On note $\overline{X}_n$ la proportion de mouettes au poitrail rose dans une population de n mouettes. Minorer l'événement $P(0.9 \leq \overline{X} \leq 0.11)$. Quand n tend vers $+\infty$, que constate-t-on ? Par quel théorème important peut-on retrouver ce résultat ?