

Exercices de TD série n°4.

Exercice n°163

1°) Etablir un développement limité de $\ln(1+4x)$ à l'ordre 2 au voisinage de $x=0$ à l'aide de la formule de Taylor et Young,

2°) en déduire $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(1+4x) - 4x}{x^2} \right)$

Exercice n°164

On considère les deux vecteurs suivants de $\mathbb{R}^2$: $v_1 = (1; -1)$, $v_2 = (1; 0)$.

1°) Montrer que v_1, v_2 forment une base de $\mathbb{R}^2$. On la notera B_1 .

2°) Montrer que les trois vecteurs $(1; 1; 2)$, $(1; 0; 3)$, $(1; 0; 0)$ forment une base de $\mathbb{R}^3$. On la note B_2 .

3°) Calculer, pour tout vecteur $(x; y)$ de $\mathbb{R}^2$ ses coordonnées dans B_1 .

4°) Cette question ne nécessite aucun calcul. Justifier qu'il y a 1, et 1 seule, application linéaire f de $\mathbb{R}^2$ dans $\mathbb{R}^3$ satisfaisant à : $f(v_1) = (2; 2; 4)$ et $f(v_2) = (1; 0; 3)$.

5°) Que valent $f(3v_1)$? $f(3v_1 + 2v_2)$?

6°) a et b désignent deux nombres réels, et w un vecteur de $\mathbb{R}^2$ qui a pour coordonnées $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ dans la base B_1 . Indiquer ce que vaut w en fonction de a, b, v_1, v_2 , puis en déduire l'expression de $f(w)$ en fonction de a et b .

7°) Quelles sont les coordonnées de $f(v_1)$ et $f(v_2)$ dans la base B_2 ?

On appelle matrice de f dans les bases B_1 et B_2 le tableau de nombres suivant, encadré par des

parenthèses : $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

8°) Quel lien ce tableau a-t-il avec f, v_1, v_2, B_1, B_2 ?

Ce tableau est appelé **matrice de f dans les bases B_1 et B_2** .

De façon générale, si g est une application linéaire d'un espace E de dimension p dans un espace F de dimension k , $B = (e_1, e_2, \dots, e_p)$ est une base de E et B' est une base de F , on appelle **matrice de g dans les bases B et B'** le tableau des coordonnées de $g(e_1), g(e_2), \dots, g(e_p)$ dans la base B' .

$$\begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \end{pmatrix} \begin{matrix} \text{(dim F) lignes} \\ \\ \end{matrix}$$

coordonnées
de $g(e_1)$
dans B'

coordonnées
de $g(e_2)$
dans B'

coordonnées
de $g(e_p)$
dans B'

(dim E) colonnes