

Exercices de TD- Feuille 1 (Dénombrements, Sommations)

Exercice 1

Un groupe de 3 mathématiciens et 7 économistes doit élire un comité représentatif formé de 1 mathématicien et de 2 économistes. Quel est le nombre de résultats possibles si:

1. Les 10 personnes sont éligibles.
2. Un des économiste est choisi d'office.
3. Un des mathématiciens n'est pas éligible.

Exercice 2

Quel est le nombre de groupes de 6 personnes que l'on peut former avec 4 garçons et 6 filles si l'on veut qu'il contienne 2 garçons

1. exactement.
2. au moins.
3. au plus.

Exercice 3

1. Combien de mots peut-on écrire avec les lettres A,B,C,D,E,F si:
 - (a) on peut utiliser plusieurs fois une même lettre, et le mot écrit comporte 6 lettres.
 - (b) on utilise chaque lettre une et une seule fois.
2. Un anagramme d'un mot est un mot formé avec les mêmes lettres, mais dans un ordre différent (par exemple Marie est un anagramme d'aimer). Combien y-a-t-il d'anagrammes du mot ANAGRAMME ?

Exercice 4

Les 40 adhérents d'une association doivent élire parmi eux les 6 membres du conseil d'administration.

1. Combien y-a-t-il de conseils d'administration possibles ?
2. Il faut aussi désigner un bureau comportant un directeur, un secrétaire général et un trésorier. Combien y-a-t-il de bureaux possibles ?

3. Trois amis font partie de cette association. En supposant que les élections ont lieu complètement au hasard, calculer la probabilité que ces 3 amis soient ensemble dans le conseil d'administration.
4. De même calculer la probabilité que les 3 amis soient ensemble dans le bureau.

Exercice 5

Dans un jeu de Tarot, on isole les 21 atouts numérotés de 1 à 21. On prend 3 atouts au hasard. En expliquant les calculs, déterminer la probabilité d'avoir:

1. Au moins un numéro multiple de 5.
2. Le 1 ou le 21.

Exercice 6

Pour le tournoi sportif annuel de l'Aséco (association sportive des étudiants d'économie), Annie et Gilles ont choisi la pétanque.

1. Il y a 12 personnes réparties en 4 équipes de 3. Les équipes sont numérotées 1, 2, 3, 4.
 - (a) Combien y a-t-il de possibilités différentes pour construire l'équipe numéro 1?
 - (b) Combien y a-t-il de possibilités différentes pour répartir les 12 personnes dans les 4 équipes?
 - (c) Combien y a-t-il de possibilités différentes pour construire l'équipe numéro 1, Gilles et Annie étant dans cette équipe ?
 - (d) Combien y a-t-il de façons de répartir les 12 personnes dans lesquelles Gilles et Annie se retrouvent dans la même équipe ?
2. Le tournoi se poursuivra par un jeu, dans lequel on attribue aux 3 membres de chaque équipe des rôles différents. Modifier en conséquence les réponses précédentes .
3. Calculer la probabilité que Gilles et Annie soient dans la même équipe.

Exercice 7

Sachant que $\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$ et $\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ calculer les sommes suivantes:

1. $S_1 = \sum_{i=1}^{100} i^3 - \sum_{i=1}^{97} i^3$
2. $S_2 = \sum_{i=1}^{100} (2i - 1)$.
3. $S_3 = \sum_{i=1}^n ni$.
4. $S_4 = \sum_{i=1}^n (i - 1)^2$.
5. S_5 ="somme des n premiers entiers positifs pairs".
6. S_6 ="somme des n premiers entiers positifs impairs".
7. $S_7 = \sum_{k=m}^n k$.