



EXAMEN DE FIN D'ANNÉE DECEMBRE 2022

MATIERE : MATHÉMATIQUES

NOM :

STAFF : Luc de MARTINO

NUMERO :

DATE : Jeudi 8 décembre 2022

CLASSE : 1^e Bac Français

HEURE : De 08h00 à 12h00

SALLE : CE 203

Papier:

Ligné ☐

Brouillon ☒

Quadrillé ☒ Aucun ☐

Calculatrice:

Graphique ☒

Standard ☒

Aucun ☐

Je m'engage à effectuer cet examen avec la rigueur et l'intégrité attendues
par nos codes.

Signature

EXERCICE N° 1 : (5 pts)

a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{x+1}{2x-3} + 1 \geq \frac{-x-4}{-x+5}$.

b) Factoriser les trinômes $-x^2 + 5x - 4$ et $3x^2 + x - 4$.

c) En s'aidant des factorisations, résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation :

$$\frac{x-2}{5x-x^2-4} < \frac{-2x+3}{3x^2+x-4}$$

EXERCICE N° 2 : (3 pts)

a) Calculer les limites proposées :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{9x^4 - 11x^2 + 1}{3x^4 - 7x + 2} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} k(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 - 2}{11x^3 + x + 3}.$$

b) Qu'en déduire graphiquement pour les fonctions h et k ?

EXERCICE N° 3 : (4 pts)

Précisez les ensembles de dérivabilités puis calculez les dérivées proposées :

$$f(x) = \sqrt{4x^2 - 1} \quad ; \quad g(x) = 2(-7x^5 + 4x - 9)^3 \quad ; \quad h(x) = \frac{-5x^2 - 4x + 7}{2x + 1}.$$

EXERCICE N° 4 : (4 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -3x^2 + 5x + 1$

a) Montrer que le taux de variation de f entre a et $a+h$ est égal à

$$\tau_a(h) = -3h - 6a + 5$$

b) En déduire que f est dérivable en a .

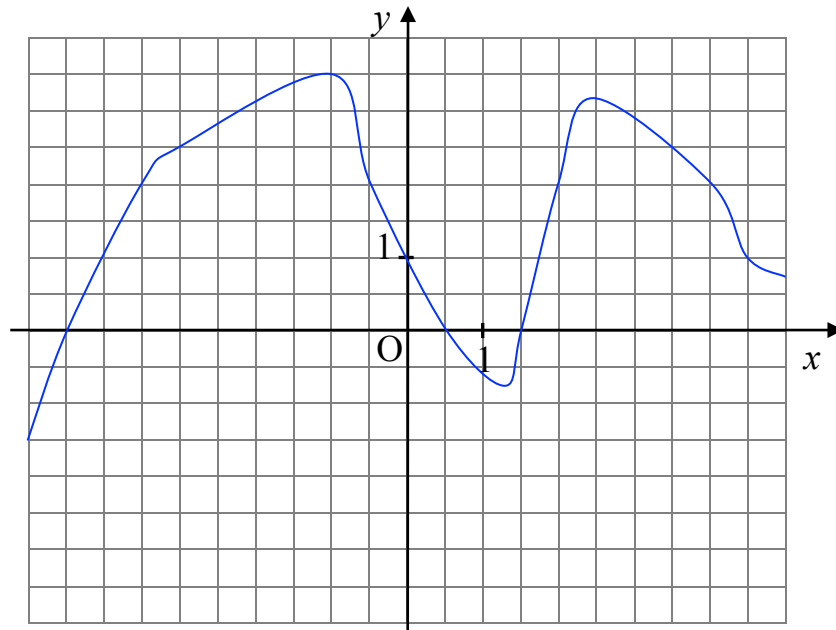
c) Préciser, pour tout réel a , le nombre dérivé de f en a .

d) Calculer $f'(5)$. Que représente la valeur de $f'(5)$?

EXERCICE N° 5 : (2 pts)

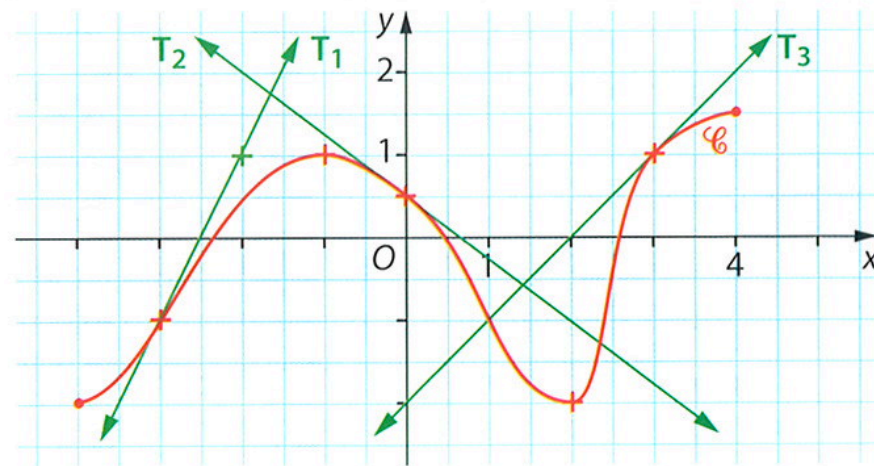
En vous appuyant sur le graphique de la fonction f tracée dans le repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ ci-dessous, répondez aux questions suivantes :

- a) Lisez les images de -3 , 0 . Quels sont les antécédents de 0 , de 2 ?
- b) Résolvez $f(x) > -x - \frac{1}{2}$.

**EXERCICE N° 6 :** (6 pts)

Grâce au graphique ci-dessous qui représente le tracé ($\mathcal{C}$) de la courbe représentative de f ainsi que quelques-unes de ses **tangentes**, répondez aux questions suivantes :

- a) Lisez $f'(-3)$, $f'(-1)$, $f'(0)$ et $f'(3)$.
- b) Lisez $f(-3)$ et $f(0)$.
- c) Déduisez-en les équations réduites des tangentes (T_1) et (T_3).
- d) Sur quels intervalles, la dérivée est-elle strictement positive ? Justifiez.



EXERCICE N° 7 : (12 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 3x - 10}.$$

On désigne par (ζ) sa courbe représentative.

a) Établissez le domaine de définition $\mathcal{D}_f$ de f .

b) Déterminez les limites de f en -2 , en 5 et au voisinage de $+\infty$.

Quelles conséquences graphiques en tire-t-on pour (ζ) ?

c) Déterminez les coordonnées du point d'intersection entre la courbe (ζ) et la droite d'équation $y = 1$.

d) Montrez que, pour tout réel x de $\mathcal{D}_f$, on a :
$$f'(x) = \frac{-4x^2 - 8x - 28}{(x^2 - 3x - 10)^2}.$$

e) Établissez le tableau des variations de f .

f) Montrez que l'équation réduite de la tangente $(\mathfrak{T})$ au point d'abscisse -1 s'écrit :

$y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$. Tracez cette droite sur le graphique ci-dessous.

g) Montrez que chercher la position de (ζ) par rapport à sa tangente $(\mathfrak{T})$ revient à étudier le signe de $\frac{2x^3 - 4x^2 - 14x - 8}{3(x^2 - 3x - 10)}$.

h) Déterminez la position de (ζ) par rapport à sa tangente $(\mathfrak{T})$.

i) Déterminez les réels a , b et c tels que, pour tout x appartenant à $\mathcal{D}_f$:

$$f(x) = a + \frac{b}{x+2} + \frac{c}{x-5}.$$

j) Montrez que sur l'intervalle $]5; +\infty[$, l'équation $f(x) = 1,5$ admet une solution unique que vous noterez β .

k) Grâce à votre calculatrice, encadrez β par deux nombres réels à 10^{-2} près.

