

Nom :
Prénom :

Jeudi 10 novembre 2022
Maths expertes

Contrôle de Mathématiques

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1

Soit a et b deux entiers relatifs tels que $a \equiv 7 [9]$ et $b \equiv 4 [9]$

1. Déterminer le reste de la division euclidienne de a^2 par 9.
 2. Déterminer le reste de la division euclidienne de $a - 6b$ par 9.
-

Exercice 2

Sans utiliser le raisonnement par récurrence, démontrer que, pour tout entier naturel n :

$$2^{4n+1} + 3^{4n+1} \text{ est divisible par 5.}$$

Exercice 3

Les trois questions sont indépendantes.

1. Montrer que 4 n'admet pas d'inverse modulo 6.
 2. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ l'équation : $x + 2 \equiv 7 [32]$.
 3. (a) Vérifier que $9^4 \equiv 1 [10]$.
(b) Déterminer le chiffre des unités de 9^{157} (en base dix). Justifier.
-

Exercice 4

Soit x un entier naturel non nul.

Son écriture décimale est $x = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ (avec $a_n \neq 0$) c'est à dire :

$$x = a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + a_1 \times 10^1 + a_0$$

Montrer que x est divisible par 9 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Exercice 5

Soit n un entier naturel avec $n = \overline{abcd}$ en écriture décimale (avec $a \neq 0$).

En utilisant les congruences, montrer que :

n est multiple de 8 si et seulement si $4b + 2c + d$ est multiple de 8.